

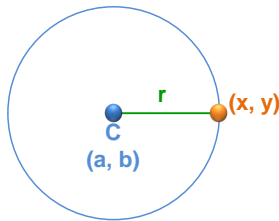


Lugar Geométrico

Conjunto de puntos del plano que cumple cierta propiedad.

Circunferencia

Es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia al centro C es el radio r.



$$d(X, C) = r$$

Ecuación de la circunferencia en función de las coordenadas de su centro y del radio

$$\left. \begin{matrix} P(x, y) \\ C(a, b) \end{matrix} \right\} \Rightarrow r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \rightarrow r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 \rightarrow x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \rightarrow \begin{cases} A = -2a \\ B = -2b \\ C = a^2 + b^2 - r^2 \end{cases}$$

$$r^2 > 0$$

Los **coeficientes** de x^2 y de y^2 deben ser **1**

Ecuación reducida

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Posición Relativa de una Recta y una Circunferencia

	<u>Exterior</u>	<u>Tangente</u>	<u>Secante</u>
Dibujo			
Resolviendo el Sistema	No existe Solución	1 solución	2 soluciones
Calculando distancias	$d(r, C) > r$	$d(r, C) = r$	$d(r, C) < r$

Potencia de un Punto a una Circunferencia ($d^2 - r^2$)

$$\left(\begin{matrix} P(\alpha, \beta) \\ d(X, C) = r \end{matrix} \right) \Rightarrow \text{Pot} = (d^2 - r^2) = (\alpha - a)^2 + (\beta - b)^2 - r^2$$

Punto exterior a la circunferencia

$$(d > r) \Rightarrow \text{Pot} > 0$$

Punto de la circunferencia

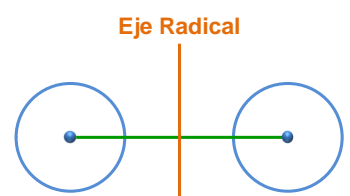
$$(d = r) \Rightarrow \text{Pot} = 0$$

Punto interior a la circunferencia

$$(d < r) \Rightarrow \text{Pot} < 0$$

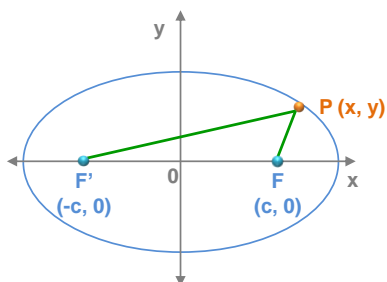
Eje Radical de 2 Circunferencias

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que tienen la **misma potencia** respecto a ambas circunferencias. Es una recta perpendicular a la línea de los centros.



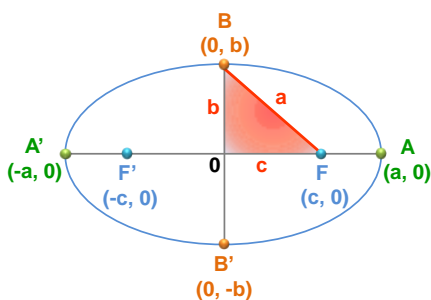
Elipse

Lugar geométrico de los puntos del plano cuya **suma de distancias a** dos puntos fijos llamados **focos** es constante **k**.



$$d(x, F) + d(x, F') = k$$

Elementos Característicos



$$a^2 = b^2 + c^2$$

Focos F (c,0) y F' (-c,0)	Centro O	Vértices A (a, 0); A' (-a, 0); B (0, b); B' (0, -b)	Eje mayor 2a	Semieje mayor a
Eje menor 2b	Semieje menor b	Distancia focal 2c	Semidistancia focal c	Radio vectores \overline{PF} y $\overline{PF'}$

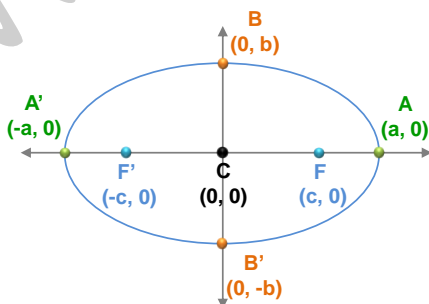
Excentricidad

$$e = \frac{c}{a} \quad 0 < e < 1$$

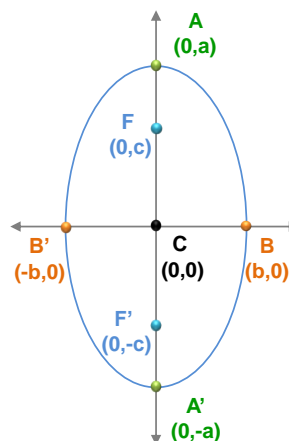
A **mayor** excentricidad **más alargada** es la elipse.

Ecuaciones Reducidas C (0, 0)

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$



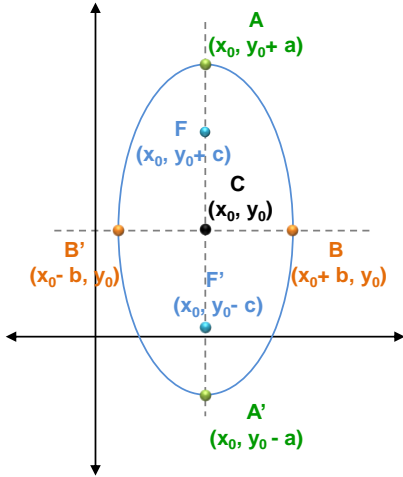


Ecuación de la elipse de centro C (x₀, y₀)

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

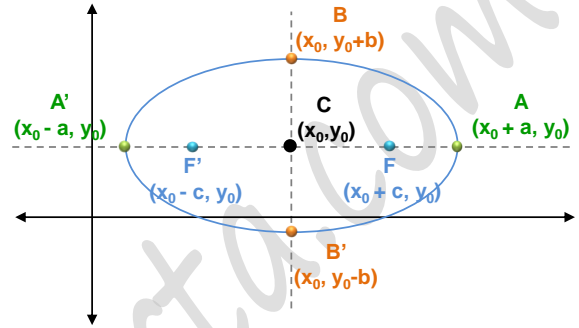
A y B : igual signo



$$\frac{(x - x_0)^2}{b^2} + \frac{(y - y_0)^2}{a^2} = 1$$

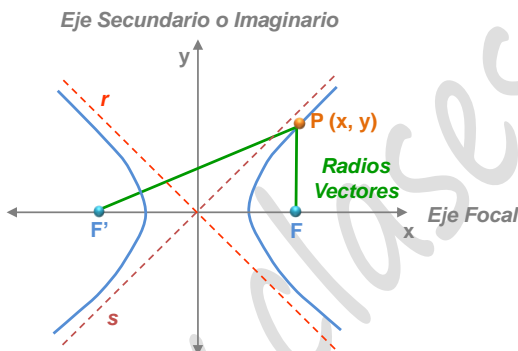
$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

A y B : igual signo



Hipérbola

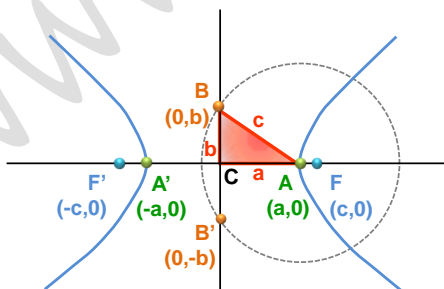
Lugar geométrico de los puntos del plano cuya **resta de distancias** a dos puntos fijos llamados **focos** es constante **k**.



$$|\overrightarrow{PF} - \overrightarrow{PF'}| = 2a \quad (k) = \overline{AA'}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Elementos Característicos



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Focos

Centro

Eje mayor

Semieje mayor

Eje menor

F (c,0) y F' (-c,0)

C (0, 0)

2a

a

2b

Semieje menor

Distancia focal

Semidistancia focal

Asintotas

b

2c

c

$$r \equiv y = \frac{-b}{a} x$$

$$s \equiv y = \frac{b}{a} x$$

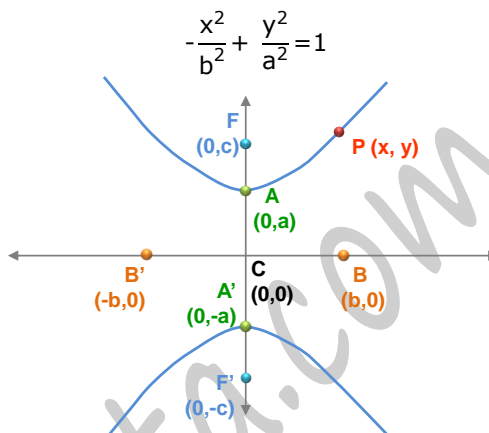
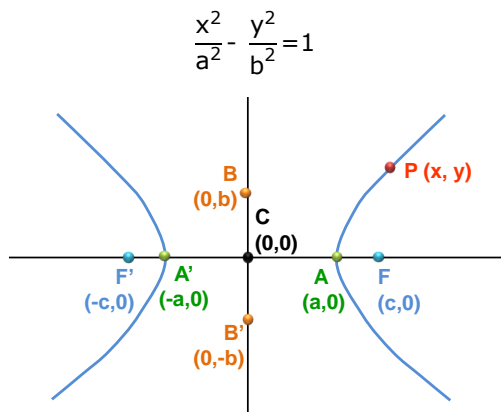
Excentricidad

$$e = \frac{c}{a}$$

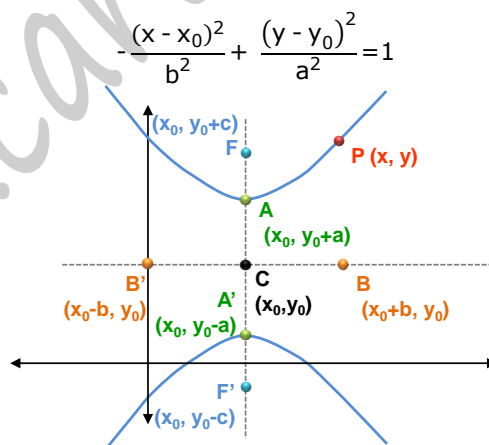
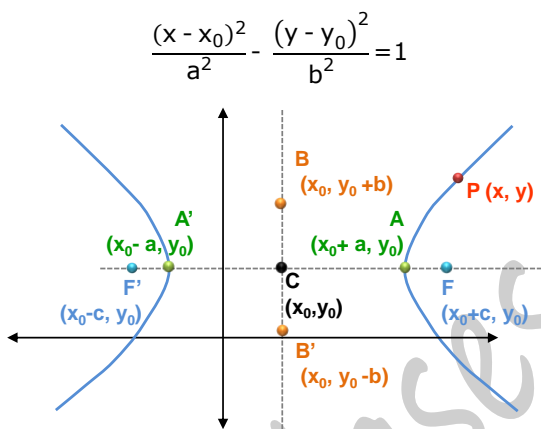
$$e > 1$$

A **mayor** excentricidad más **plana** es la hipérbola.

Ecuación reducida C (0,0)



Ecuación de la hipérbola de centro C (x₀, y₀)



$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

A y B : signo opuesto

Hipérbola Equilátera

Es aquella que tiene los semiejes iguales, es decir: **a = b**.

Ecuación

$$x^2 - y^2 = a^2$$

Asintotas

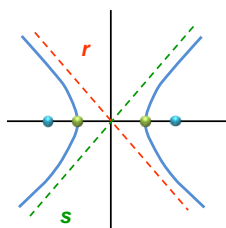
Son las bisectrices de los cuadrantes:

$$r \equiv y = -x$$

$$s \equiv y = x$$

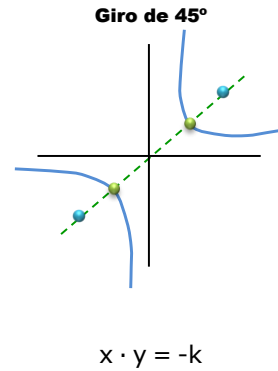
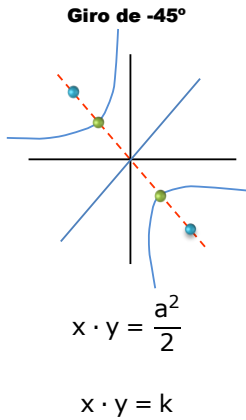
Excentricidad

$$e = \sqrt{2}$$





Ecuación referida a sus asíntotas:

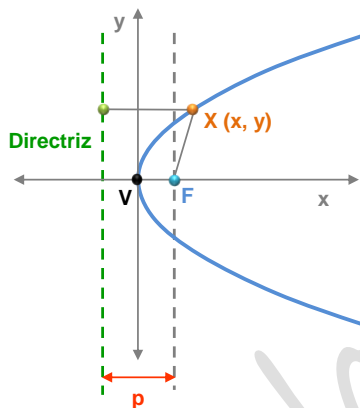


Parábola

Lugar geométrico de los puntos del plano que **equidistan** de un punto fijo llamado **foco** y de una recta fija llamada **directriz**.

$d(X, F) = d(X, d)$

Elementos Característicos



Foco

$(\frac{p}{2}, 0)$

Vértice

V

Directriz

$d \equiv x = -\frac{p}{2}$

Parámetro

Distancia del foco a la directriz:
p

Excentricidad

La excentricidad de una parábola es siempre **1**.

Parábola de V (0,0)

Foco

$(\frac{p}{2}, 0)$

Vértice

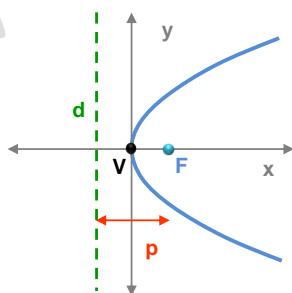
$(0, 0)$

Directriz

$d \equiv x = -\frac{p}{2}$

Parámetro

p



$y^2 = \pm 2 p x$

Foco

$(0, \frac{p}{2})$

Vértice

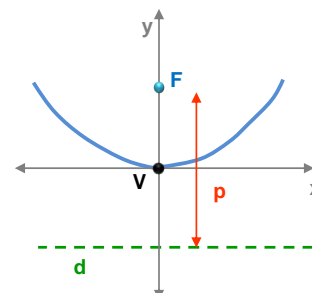
$(0, 0)$

Directriz

$d \equiv y = -\frac{p}{2}$

Parámetro

p

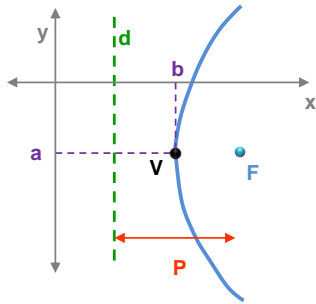


$x^2 = \pm 2 p y$

Parábola de V (a, b)

Foco
 $(a + \frac{p}{2}, b)$

Vértice
 (a, b)



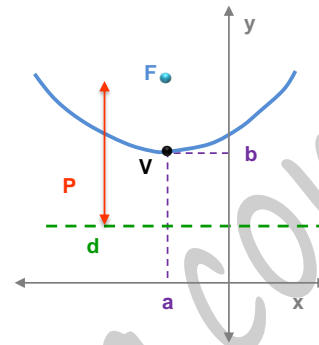
$$(y - b)^2 = \pm 2p(x - a)$$

Directriz
 $d \equiv x = a - \frac{p}{2}$

Parámetro
 p

Foco
 $(a, b + \frac{p}{2})$

Vértice
 (a, b)



$$(x - a)^2 = \pm 2p(y - b)$$

Directriz
 $d \equiv y = b - \frac{p}{2}$

Parámetro
 p

www.clasesalacarta.com