NOMBRE Y APELLIDOS: **1ºB.C.N.**

REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES CORRECCIÓN **1-4-2014**

Dadas las funciones, a) $y = \dfrac{x^3}{x^2-1}$ b) $y = 3x^4 - 8x^2$

Determinar:

a) Dominio. Corte con los ejes. Simetría.
b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremo
c) Intervalos de concavidad y convexidad. Puntos de inflexión
d) Asíntotas. Posicionando las verticales si las hubiese
e) Representación gráfica

(a) $y = \dfrac{x^3}{x^2-1}$ $D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$. Corte ejes $\begin{cases} \text{eje } x\ (y=0) & O(0,0) \\ \text{eje } y\ (x=0) & \end{cases}$. Simetría $f(x) = -f(-x)$ es función IMPAR, simétrica respecto al O

(b) $y' = \dfrac{3x^2(x^2-1) - x^3 \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \dfrac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}$

Posibles extremos ($y'=0$) $x^2(x^2-3)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=+\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{cases}$

$\text{Sig } \dfrac{x^2(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}{(x^2-1)^2}$: ↗ $-\sqrt{3}$ (MAX) ↘ -1 (NO) ↘ 0 (NO) ↘ 1 (NO) ↘ $\sqrt{3}$ (MIN) ↗

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{MAX } (-\sqrt{3}, -2{,}6) \quad \text{MIN } (\sqrt{3}, 2{,}6) \\ \text{CRECE } (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty) \\ \text{DECRECE } (-\sqrt{3}, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \sqrt{3}) \end{array}}$$

(c) $y'' = \dfrac{(4x^3-6x)\cancel{(x^2-1)^2} - 2\cancel{(x^2-1)} \cdot 2x \cdot (x^4-3x^2)}{(x^2-1)^{\cancel{4}\,3}} = \dfrac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}$

Posibles pts inflexión ($y''=0$) $2x(x^2+6)=0 \Rightarrow x=0$
($x^2+6=0$ $x^2=-6$ ∄ no tiene sol.)

$\text{Sig } \dfrac{2x(x^2+6)}{(x^2-1)^3}$: $-$ ∩ -1 $+$ ∪ 0 $-$ ∩ 1 $+$ ∪

Pto inflexión

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{P. Inflexión } (0,0) \\ \text{Convexa ó } \cap\ (-\infty, -1) \cup (0, 1) \\ \text{Cóncava ó } \cup\ (-1, 0) \cup (1, +\infty) \end{array}}$$

(d) Asíntota Verticales: $x=1$ y $x=-1$

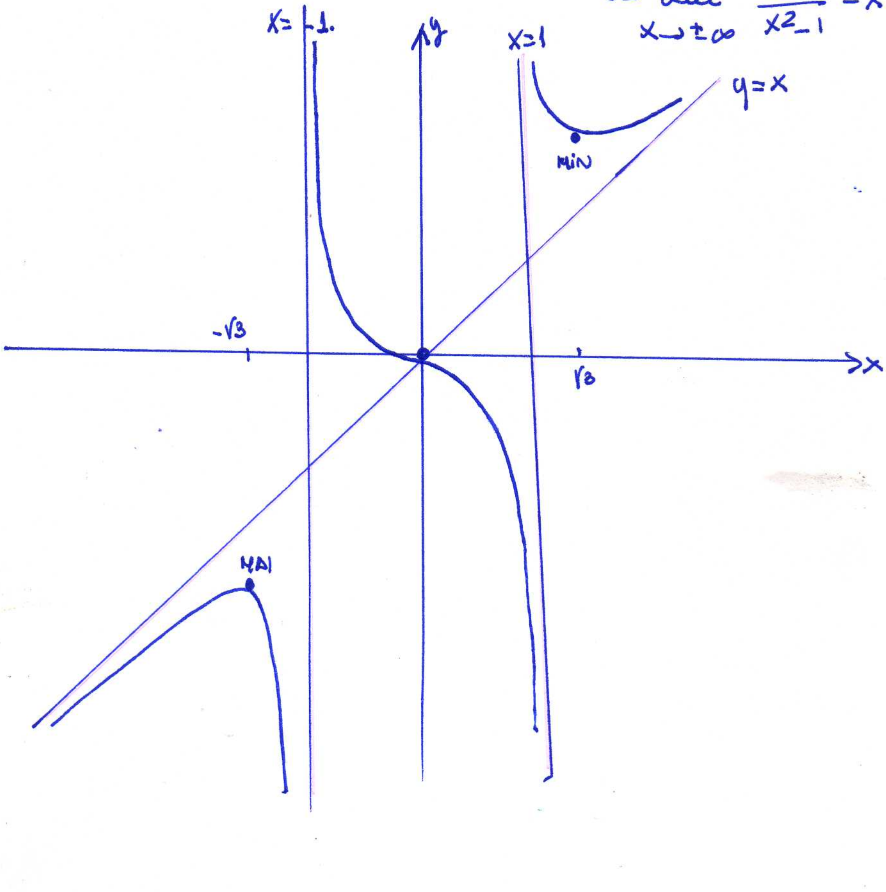
$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)} = +\infty$ (1'1) y $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)} = -\infty$ (0'9)

$\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)} = \dfrac{-}{-} = +\infty$ (−0'9) y $\lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{x^3}{(x-1)(x+1)} = \dfrac{-}{+} = -\infty$ (−1'1)

Asíntota horizontales $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^3}{x^2-1} = \infty$ (No tiene)

Asíntota Oblicuas

$y = mx+n \begin{cases} m = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^3}{x^3-x} = 1 \\ n = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^3}{x^2-1} - x = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x}{x^2-1} = 0 \end{cases}$ $y = x$ es asíntota Oblicua



(b) $y = 3x^4 - 8x^2$.

(a) $D_f = \mathbb{R}$. ; corte ejes $\begin{cases} \text{eje } x\ (y=0) \Rightarrow 3x^4 - 8x^2 = 0 \Rightarrow x^2(3x^2-8) = 0 \begin{cases} x = 0 \quad (0,0) \\ x = \pm\sqrt{8/3} = \pm\frac{2\sqrt{6}}{3} \quad \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}, 0\right) \left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}, 0\right) \end{cases} \\ \text{eje } y\ (x=0) \Rightarrow y = 0 \end{cases}$

1,63   -1,63

Simetría: $f(x) = f(-x) \Rightarrow$ función par $\Rightarrow$ simétrica respecto eje OY.

(b) $f'(x) = 12x^3 - 16x \Rightarrow \begin{cases} \text{Posibles extremos: } (y'=0)\ 12x^3 - 16x = 0 \Rightarrow x(12x^2-16) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = +\frac{2}{\sqrt{3}} \quad x = -\frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} \\ \text{sig } y' = 12x\left(x - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)\left(x + \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \end{cases}$

$-$ | $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ | $+$ | 0 | $-$ | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | $+$

↘ ↗ ↘ ↗

MAX $(0,0)$ MIN $\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}, -5{,}3\right)$ $(-1{,}15, 0)$ MIN $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, -5{,}3\right)$

$\left(-\infty, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(0, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ decreciente. $\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}, 0\right) \cup \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, +\infty\right)$ creciente.

(c) $f''(x) = 36x^2 - 16 \begin{cases} \text{Posibles punto de inflexión: } (y''=0) \quad x^2 = \frac{16}{36} \Rightarrow x = \frac{\pm 4}{6} = \frac{\pm 2}{3} \\ \text{sig } y'' = 36\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) \end{cases}$

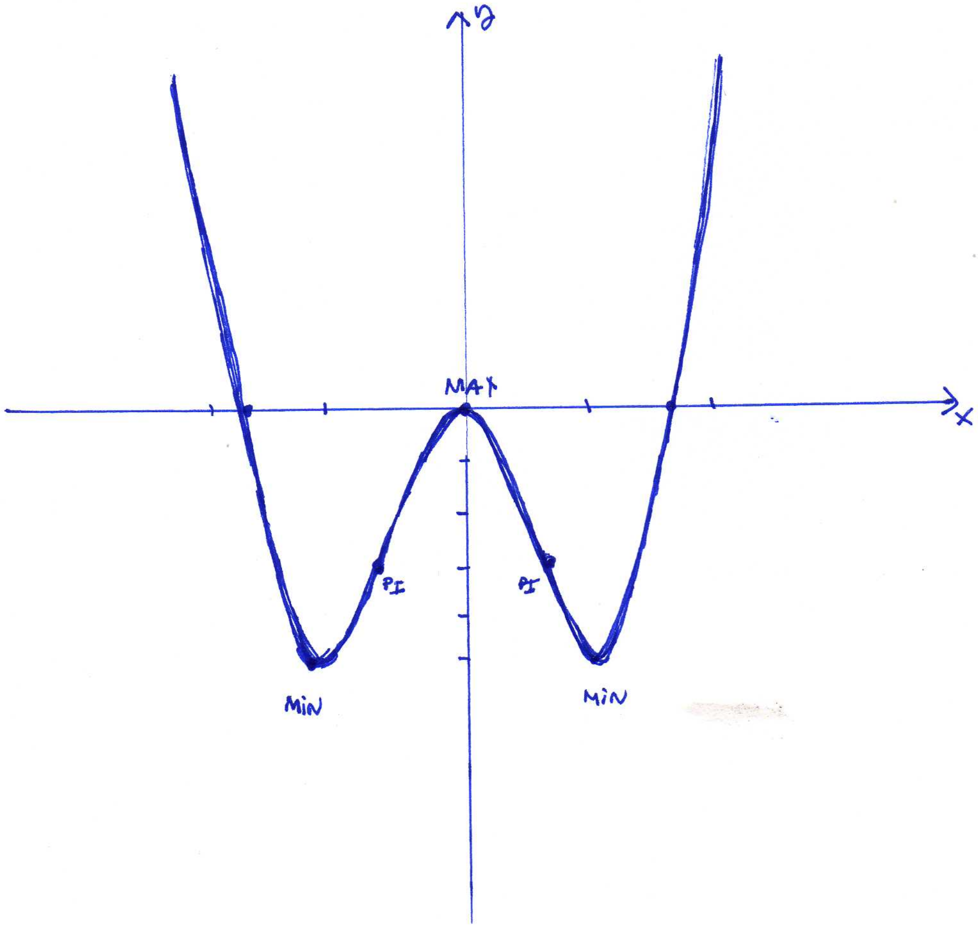
$+$ | $-\frac{2}{3}$ | $-$ | $\frac{2}{3}$ | $+$

∪ ∩ ∪

P. INFLEXIÓN $\left(-\frac{2}{3}, -2{,}96\right)$ $-0{,}6$

P. INFLEXIÓN $\left(\frac{2}{3}, -2{,}96\right)$ $0{,}6$

CONVEXA $\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ CÓNCAVA $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$



(d) Asíntotas

$\lim_{x \to \pm\infty} 3x^4 - 8x^2 = \pm\infty$ //