Formas de la ecuación de una recta.

Hasta el momento, se han dado algunas características de la recta tales como la distancia entre dos puntos, su pendiente, su ángulo de inclinación, relación entre ellas, etc. Con ello ya tenemos elementos que nos servirán para la obtención de la ecuación en sus distintas formas.

La recta se define como el lugar geométrico de todos los puntos de un plano que al tomarse de dos en dos se obtiene la misma pendiente.

Forma ordinaria de la ecuación de una recta.

La ecuación de la recta se expresa en términos de la pendiente **m** y la ordenada al origen **b**.

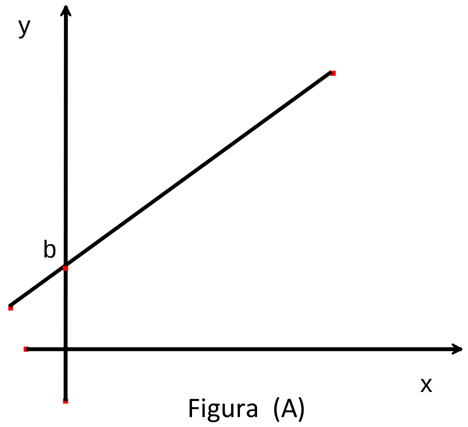


Figura (A)

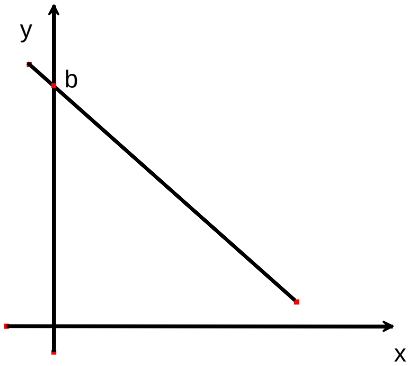


Figura (B)

Si la pendiente m, (la cual representa la inclinación de la recta) es positiva obtendremos una gráfica como la de la figura (A) y si m es negativa obtendremos una gráfica como la de la figura (B), cabe mencionar que (b) representa el valor de la ordenada (y), donde la recta intersecta al eje **y** .

$$\boxed{y = mx + b.}$$

Forma general de la ecuación de una recta.

En esta forma, la ecuación de la recta se representa por coeficientes enteros y debe ser igualada a cero, su forma simbólica es:

$$\boxed{Ax + By + C = 0}$$

Nota: Cuando la ecuación se presente en ésta forma, **el termino A deberá ser positivo.**

Donde A, B y C son los coeficientes de la ecuación, **x** e **y** son las variables.

Forma punto - pendiente de la ecuación de una recta.

Una de las primeras formas de representar la ecuación de una recta es la llamada punto - pendiente, como su nombre lo indica, los datos que se tienen son un **punto** y una **pendiente**.

Sea **A**(x_1, y_1) el punto dado y **m** la pendiente dada de la recta, entonces si consideramos otro punto cualquiera **B**(x, y), que forme parte de dicha recta, por la definición de recta se tiene que:

$\frac{y-y_1}{x-x_1}=m$ Agrupando términos nos queda: $\boxed{y - y_1 = m (x - x_1)}$

Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.
Hallar la ecuación ordinaria de la recta que pasa por el punto A(-5, 4) y tiene una pendiente de m =2.

$$y-y_1 = m(x-x_1)$$

$$y-4 = 2(x-(-5))$$

$$y-4 = 2(x+5)$$

$$y-4 = 2x+10$$

$$y = 2x+10+4$$

$$\boxed{y = 2x+14}$$

Ejemplo 2. Hallar la ecuación ordinaria de la recta que pasa por el punto A(-2, 5) y tiene una pendiente de m =3 / 2.

$$y-y_1 = m(x-x_1)$$

$$y-5 = \frac{3}{2}(x-(-2))$$

$$y-5 = \frac{3}{2}(x+2)$$

$$2(y-5) = 3(x+2)$$

$$2y-10 = 3x+6$$

$$2y = 3x+6+10$$

$$2y = 3x+16$$

$$y = \frac{3x+16}{2}$$

$$\boxed{y = \frac{3x}{2}+8}$$

Forma punto- punto.

Sean **A**(x_1, y_1) y **B**(x_2, y_2) dos puntos de la recta. Con estos dos puntos se puede obtener su pendiente:

$$m=\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Si sustituimos está pendiente en la ecuación $y-y_1= m (x – x_1)$, obtendremos la ecuación de la recta cuando se conocen dos puntos.

$$\boxed{y - y_1= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x – x_1)}$$

Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.

Obtener la ecuación de la recta en su forma general que pasa por los puntos A(-5,-3) y B(2, 4)

$$y-y_1= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y-(-3)= \frac{4 - (-3)}{2 - (-5)} (x - (-5))$$

$$y + 3= \frac{4+3}{2+5} (x +5)$$

$y + 3= 1 (x +5)$

Como la piden en su forma general, se debe obtener de la siguiente manera.

$Ax +By +C = 0$

$y + 3= x +5$

$-x + y +3-5=0$

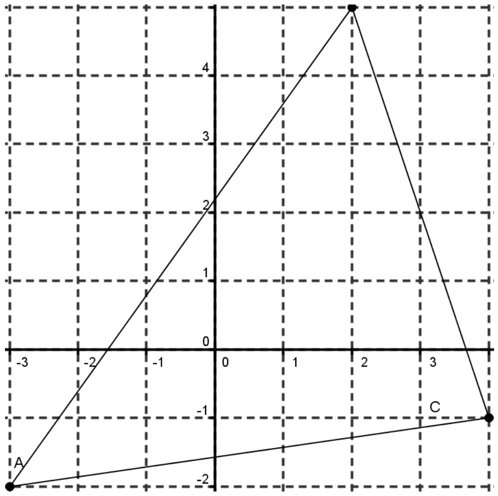
$-x + y -2=0$

Como el término A debe ser positivo multiplicamos por (-1) toda la ecuación.

$\mathbf{x - y +2= 0}$

Ejemplo 2.

Hallar y graficar las ecuaciones de las rectas (en su forma general) determinadas por los lados de un triángulo cuyos vértices son los puntos A(-3, -2) B(2, 5) y C(4, -1)



Como nos piden las ecuaciones en su forma general, se deben obtener con el siguiente orden.

Ax +By +C = 0

Ecuación de la recta AB.

$y-y_1= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y-(-2)= \frac{5-(-2)}{2-(-3)}(x - (-3))$

$y +2= \frac{5+2}{2+3}(x +3)$

$y +2= \frac{7}{5}(x +3)$

5(y +2)= 7(x +3)

5y+10=7x+21

-7x+5y+10-21=0

-7x+5y-11=0

7x-5y +11=0

Ecuación de la recta BC.

$y-y_1= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y-5= \frac{-1-5}{4-2}(x - 2)$

$y -5= \frac{-6}{2}(x -2)$

2(y -5)= -6(x -2)

2y-10=-6x+12

6x+2y-10-12=0

6x+2y-22=0 $\div 2$

3x +y-11=0

Ecuación de la recta AC.

$y-y_1= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y-(-2)= \frac{-1-(-2)}{4-(-3)}(x - (-3))$

$y +2= \frac{-1+2}{4+3}(x +3)$

$y +2= \frac{1}{7}(x +3)$

7(y +2)= 1(x +3)

7y+14= x +3

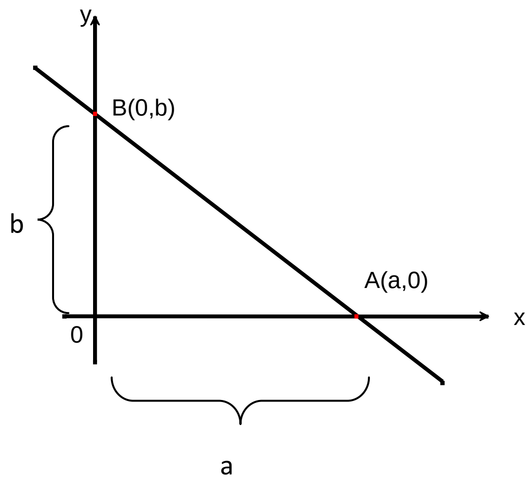
-x + 7y +14 -3=0

-x + 7y +11=0

x - 7y -11=0

Ecuación de la recta en su forma simétrica.

La ecuación de una recta en su forma simétrica es aquella que está dada en términos de las distancias de los puntos de intersección de la recta al origen del sistema coordenado, como se muestra en la siguiente figura.



Cabe recordar que en una coordenada (x, y), **x** recibe el nombre de abscisa, **y** recibe el nombre de ordenada.

De acuerdo a la figura la ordenada al origen es "**b**" (distancia entre el origen y el punto de intersección de la recta con el eje **y**).

La abscisa al origen es "a" (distancia entre el origen y el punto de intersección de la recta con el eje **x**).

Si **A**(a, 0) y **B**(0, b) son dos puntos de la recta, al sustituirlos en la ecuación en su forma punto-punto tenemos que:

$y-y_1= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y-0= \frac{b - 0}{0 - a}(x - a)$

$y = \frac{b}{-a}(x - a)$

Si multiplicamos por - a

$-ay = \frac{-ab}{-a}(x - a)$

$-ay= b(x-a)$

$-ay= bx-ab$

agrupando términos

$ab= bx + ay$ dividiendo entre ab

$$\frac{ab}{ab} = \frac{bx}{ab} + \frac{ay}{ab}$$

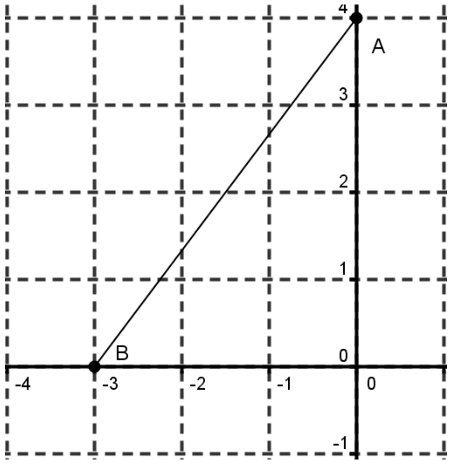
$$1 = \frac{x}{a} + \frac{y}{b} \qquad \boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$

Ecuación de la recta en forma simétrica.

Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.
Hallar la ecuación simétrica de la recta cuya abscisa al origen es -3 y la ordenada al origen es 4.

Cabe recordar que la abscisa al origen es el punto de intersección de la recta con el eje **x** y la ordenada al origen es el punto de intersección de la recta con el eje **y**.



Entonces a= -3 y b= 4

Sustituyendo en la ecuación de la forma simétrica tendríamos que:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

$$-\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$$

Ejemplo 2.
Hallar la ecuación simétrica de la recta cuya ecuación general es:

2x -3y+12=0

Para obtener la ecuación simétrica, lo que debemos hacer es que el término independiente sea igual a 1.

2x -3y = -12

Dividimos entre -12 toda la ecuación.

$$-\frac{2x}{12}+\frac{3y}{12}=+\frac{12}{12} \qquad -\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1$$