

Apellidos

COLOCCION

Nombre

Grupo

1ºA

--

1.-(1.5. Puntos) Determinar las asíntotas horizontales de la función:

$$f(x) = 2\sqrt{2x-1} \cdot (\sqrt{4x^3+2} - \sqrt{4x^3+x})$$

2. (1.5 Puntos) ¿Es $x=2^+$, asíntota vertical de la función $f(x) = \left(\frac{-x^2+5x-6}{x-2}\right)^{\frac{1}{3x-6}}$

3.- (2 Puntos) Estudiar la continuidad en $x=-2$. Indicando, si procede, el tipo de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{-x^2-x+2} & x < -2 \\ \frac{x^2+6x+8}{3x^2+3x-6} & x > -2 \end{cases}$$

4.- (2 Puntos) ¿ Dada la función $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^4 - 1}$ a) Estudiar donde es continua, y en sus puntos de discontinuidad razona el tipo de que se trata b) Determinar sus asíntotas horizontales y verticales

5.- (1.5 Puntos) ¿Hallar k y p para que la función sea continua en $x=1$, razonando el proceso:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+k}{x^2-1} & x \neq 1 \\ p & x = 1 \end{cases}$$

6.- (1.5 Puntos) ¿Esbozar una función $f(x)$ que cumpla las siguientes condiciones, Indicando el tipo de discontinuidad que tiene en los puntos $x=-1, 1$ y 2

1. $Dom f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\}$
2. $Img = (-\infty, -2] \cup [0, \infty)$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$
5. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$
7. Asíntota por el $-\infty$ $y=-2$

Límites y Continuidad.

Corrección 15-1-2016.

$$\text{no 1) } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2\sqrt{2x-1} \cdot (\sqrt{4x^3+2} - \sqrt{4x^3+x}) = \infty \cdot [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{2x-1} (\sqrt{4x^3+2} + \sqrt{4x^3+x})}{\sqrt{4x^3+2} + \sqrt{4x^3+x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{2x-1} \cdot (2-x)}{\sqrt{4x^3+2} + \sqrt{4x^3+x}} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{2x-1} \cdot (2-x)}{\sqrt{\frac{4x^3}{x^3} + \frac{2}{x^3}} + \sqrt{\frac{4x^3}{x^3} + \frac{x}{x^3}}} = \frac{2\sqrt{2}(-1)}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Asíntota horizontal cuando $x \rightarrow +\infty$ es $y = -\sqrt{2}/2$.
 No tiene asíntota horizontal $x \rightarrow -\infty$ pues la raíces no están definidas ($\sqrt{-}$)

$$\text{no 2) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{-x^2+5x-6}{x-2} \right)^{\frac{1}{3x-6}} = \left[\frac{0}{0} \right]^\infty = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[\frac{-(x-2)(x-3)}{(x-2)} \right]^{\frac{1}{3x-6}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3-x)^{\frac{1}{3x-6}} = [1^\infty] = e$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} (1+2-x)^{\frac{1}{3x-6}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(1 + \frac{1}{2-x} \right)^{\frac{1}{3x-6}} = e^{\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(2-x)-1}{3(2-x)}} = e^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{e} = \frac{3}{e}$$

No tiene asíntota vertical pues la función no tiende a ∞ cuando $x \rightarrow 2^+$.

no 3) Continuidad (Estudio)

no 1) $f(-2) = \text{no existe.}$

$$\text{no 2) } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{-x^2-x+2} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2+5-9-x^2-4}{-(x-1)(x+2)(\sqrt{x^2+5}+3)} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{(x-2)(x+4)}{-(x-1)(x+2)(\sqrt{x^2+5}+3)}$$

$= \frac{-4}{-9} = \frac{-2}{9}$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2+6x+8}{3x^2+9x-6} = \left[\frac{0}{0} \right] \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x+2)(x+4)}{3(x-1)(x+2)} = \frac{2}{-9} = -\frac{2}{9}$$

no 3) Como $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\frac{2}{9}$ y $f(-2)$ no existe \Rightarrow Discontinuidad Evitable en $x = -2$.

no 4) $f(x) = \frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1}$ Don $f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1\} \Rightarrow$ la función es continua en todos los reales menos en $x = -1$ y $x = 1$ al ser cociente de polinomios (función continua)

$$\text{no 10) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$$

En $x = 1$ como tiene límite pero no $f(1)$ Discontinuidad Evitable.

$$\text{no 20) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1} = \left[\frac{-4}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x+1} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x+1} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x+1} = -\infty \end{cases}$$

Discontinuidad de Salto Infinito

1	-1	1	-1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	-1	-1	0	-1	0
				1	0	1	0	

(8) Asintotas verticales: $x = -1$

Asintotas horizontales $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^4 - 1} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = 0$
 $y = 0$

(nº 5) Continua en $x = 1$

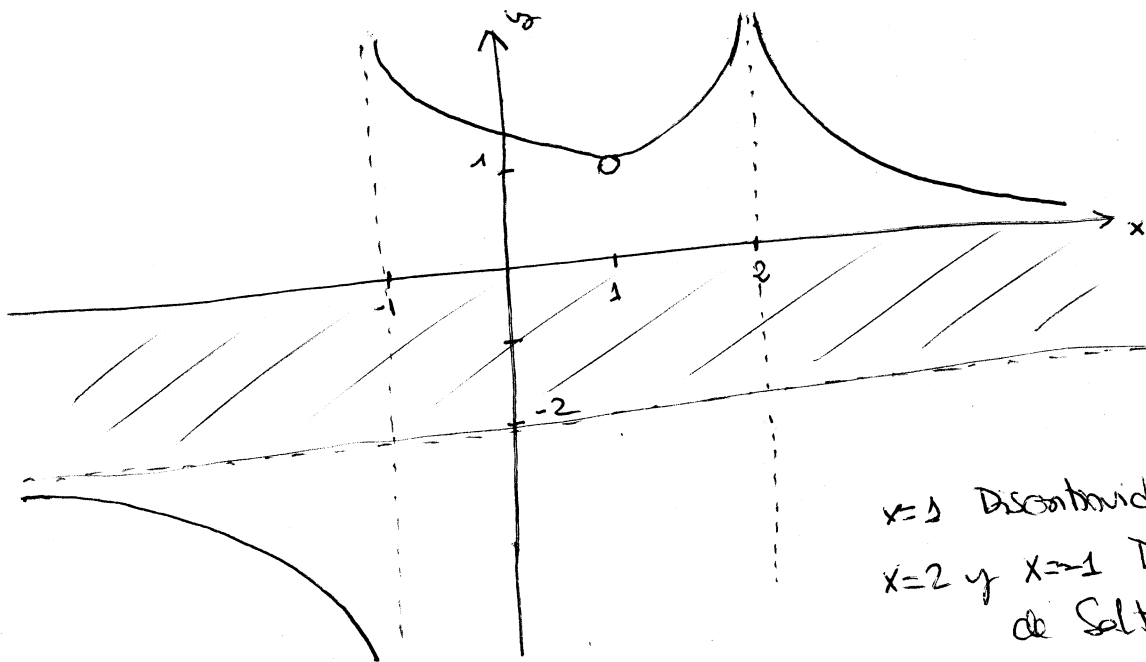
1) $f(1) = P$ 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + k}{x^2 - 1} = \frac{-4 + k}{0} = 0$ para ser continua \Rightarrow

$\frac{-4 + k}{0} = 0 \Rightarrow \underline{k = 4}$

3) Si $k = 4$ 1) $f(1) = P$ 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = \left[\frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-3}{2}$
después para ser continua $f(1) = P = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\frac{3}{2} \Rightarrow P = -\frac{3}{2}$

Solución: $k = 4$ y $P = -\frac{3}{2}$

(nº 6)



$x = 1$ Discontinuidad Evitable
 $x = 2$ y $x = -1$ Discontinuidad de Salto infinito