

Nombre: _____

Evaluación: **Primera**.

Fecha: 18 de octubre de 2010

NOTA	
------	--

Ejercicio nº 1. - Expresa el resultado en forma de potencia única y también como único radical:

a) $\frac{\sqrt[4]{x^7}}{x^2}$ b) $\frac{\sqrt{2^5} \cdot 2^{-2}}{\sqrt[3]{16}}$

1,5 puntos

Ejercicio nº 2. - Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a) $5 \cdot \sqrt[3]{16} + 2 \cdot \sqrt[3]{54} - 3 \cdot \sqrt[3]{250}$ b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt[5]{3^4}}$

1,5 puntos

Ejercicio nº 3. - Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{10}{\sqrt[3]{5}}$ c) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$

2 puntos

Ejercicio nº 4. - Calcula el área y el perímetro de un triángulo equilátero de lado $4\sqrt{11}$ cm. Expresa el resultado con números irracionales utilizando las unidades adecuadas.

1,5 puntos

Ejercicio nº 5. - El número áureo, muy habitual tanto en las Artes como en la propia Naturaleza, es $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Comprueba que es una de las soluciones de la ecuación

$x^2 - x - 1 = 0$ sustituyéndolo en la misma. Resuelve después la ecuación para averiguar cuál es la otra solución y qué relación hay entre ellas.

1,5 puntos

Ejercicio nº 6. - Escribe en forma de intervalo y de conjunto, y representa en cada caso. Indica también el nombre del subconjunto de la recta IR.

- a) Números comprendidos entre -4 y 0, ambos incluidos.
- b) Números mayores que -3.
- c) Números menores que -5 y el propio -5.
- d) Números comprendidos entre 2 y 7, incluido el 7, pero no el 2.

2 puntos

SOLUCIONES

E.1. Expresa el resultado en forma de potencia única y también como único radical:

a) $\frac{\sqrt[4]{x^7}}{x^2}$ b) $\frac{\sqrt{2^5} \cdot 2^{-2}}{\sqrt[3]{16}}$

a) $\frac{\sqrt[4]{x^7}}{x^2} = \frac{x^{7/4}}{x^2} = x^{-1/4} = \sqrt[4]{1/x}$

b) $\frac{\sqrt{2^5} \cdot 2^{-2}}{\sqrt[3]{16}} = \frac{\sqrt{2^5} \cdot 2^{-2}}{\sqrt[3]{2^4}} = \frac{2^{5/2} \cdot 2^{-2}}{2^{4/3}} = \frac{2^{1/2}}{2^{4/3}} = 2^{-5/6} = \sqrt[6]{\frac{1}{2^5}}$

E.2. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a) $5 \cdot \sqrt[3]{16} + 2 \cdot \sqrt[3]{54} - 3 \cdot \sqrt[3]{250}$ b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt[5]{3^4}}$

a) $5 \cdot \sqrt[3]{16} + 2 \cdot \sqrt[3]{54} - 3 \cdot \sqrt[3]{250} = 5 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 2^3} + 2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} - 3 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 5^3} =$
 $= 10 \cdot \sqrt[3]{2} + 6 \cdot \sqrt[3]{2} - 15 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2}$

b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt[5]{3^4}} = \frac{\sqrt{3^3}}{\sqrt[5]{3^4}} = \frac{10\sqrt[3]{3^{15}}}{10\sqrt[3]{3^8}} = \sqrt[10]{\frac{3^{15}}{3^8}} = \sqrt[10]{3^7}$

E.3. Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{10}{\sqrt[3]{5}}$ c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

a) $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

b) $\frac{10}{\sqrt[3]{5}} = \frac{10}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5 \cdot 5^2}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{5} = 2 \cdot \sqrt[3]{5^2}$

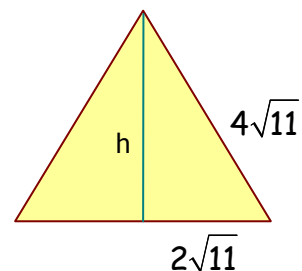
c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{5 - 2\sqrt{15} + 3}{2} = \frac{8 - 2\sqrt{15}}{2} = 4 - \sqrt{15}$

E.4. Calcula el área y el perímetro de un triángulo equilátero de lado $4\sqrt{11}$ cm. Expresa el resultado con números irracionales utilizando las unidades adecuadas.

Perímetro.- Es, simplemente, la suma de sus tres lados

$P = 3 \cdot 4\sqrt{11} = 12\sqrt{11}$ cm

Área.- Es preciso calcular previamente la altura. Para ello se aplica el T^{ma} de Pitágoras a uno de los dos triángulos rectángulos que se



forman al trazarla:

$$h^2 = (4\sqrt{11})^2 - (2\sqrt{11})^2 = 176 - 44 = 132 \Rightarrow h = \sqrt{132} = 2\sqrt{33}$$

Ya sólo queda aplicar la fórmula del área de un triángulo; simplificar la expresión radical con la habilidad que nos caracteriza, y asignarle las unidades correspondientes:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{33}}{2} = 4\sqrt{11} \cdot \sqrt{3} \cdot 11 = 44\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

E.5. El número áureo, muy habitual tanto en las Artes como en la propia Naturaleza, es $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Comprueba que es una de las soluciones de la ecuación $x^2 - x - 1 = 0$ sustituyéndolo en la misma. Resuelve después la ecuación para averiguar cuál es la otra solución y qué relación hay entre ellas.

Pues nada, a obedecer. Vamos por orden. En primer lugar sustituimos la razón áurea en el primer miembro de la ecuación para comprobar que efectivamente da cero:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 &= \frac{(1+\sqrt{5})^2}{4} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{1+2\sqrt{5}+5}{4} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \\ &= \frac{3+\sqrt{5}}{2} - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 = \frac{3+\sqrt{5}-1-\sqrt{5}-2}{2} = \frac{0}{2} = 0 \quad (\text{Como dicen en la facultad, c.q.d.}) \end{aligned}$$

Ahora resolvemos la ecuación para conseguir la otra solución y ver qué relación hay entre ellas:

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = \begin{cases} \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Pues resulta que la otra solución es justo su expresión conjugada, y no es casualidad.

E.6. Escribe en forma de intervalo y de conjunto, y representa en cada caso. Indica también el nombre del subconjunto de la recta IR.

- a) Números comprendidos entre -4 y 0, ambos incluidos.
 - b) Números mayores que -3.
 - c) Números menores que -5 y el propio 5.
 - d) Números comprendidos entre 2 y 7, incluido el 7, pero no el 2.
-

a) Se llama intervalo cerrado y se escribe

$$[-4, 0] = \{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq 0\}$$

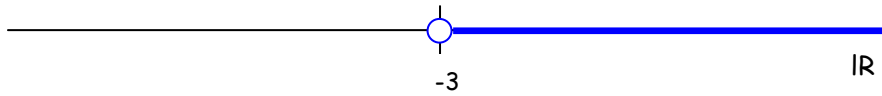
La solución gráfica es



b) Se llama semirrecta abierta por la izquierda y se escribe

$$(-3, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > -3\}$$

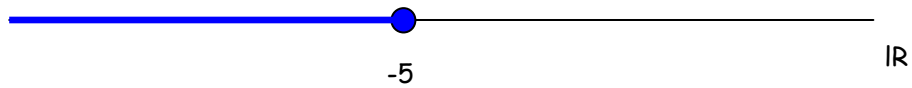
La solución gráfica es



c) Se llama semirrecta cerrada por la derecha y se escribe

$$(+\infty, -5] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -5\}$$

La solución gráfica es



d) Se puede llamar intervalo semiabierto por la izquierda o semicerrado por la derecha y se escribe

$$(2, 7] = \{x \in \mathbb{R} / 2 < x \leq 7\}$$

La solución gráfica es

