NOMBRE Y APELLIDOS: 1ºB.C.N.
Límites, asíntotas y continuidad CORRECCIÓN 30-1-2014

1.-- Calcular los siguientes límites:

a) $$\lim_{x\to+\infty}\left(2x^3-\sqrt{4x^6-2x^3}\right) = [\infty-\infty]$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(2x^3)^2-\left(\sqrt{4x^6-2x^3}\right)^2}{2x^3+\sqrt{4x^6-2x^3}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{4x^6}-\cancel{4x^6}+2x^3}{2x^3+\sqrt{4x^6-2x^3}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x^3}{x^3}\to 2}{\underbrace{\frac{2x^3}{x^3}}_{2}+\sqrt{\underbrace{\frac{4x^6}{x^6}}_{\sqrt{4}}-\underbrace{\frac{2x^3}{x^6}}_{0}}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

b) $$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{-2x^6+2\sqrt{9x^{12}+x^2}}{\sqrt{4x^{12}+1}}\right)^{\frac{+x^3+1}{x^2}} = \left[\frac{\infty-\infty}{\infty}\right]^{\frac{\infty}{\infty}} =$$

dividimos por x^6

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{-2x^6+2\sqrt{9x^{12}+x^2}}{\sqrt{4x^{12}+1}}\right]^{\frac{-x^3+1}{x^2}} \underset{\boxed{\frac{\infty-\infty}{\infty}}}{=} \lim_{x\to\infty}\left[\frac{\frac{-2x^6}{x^6}+2\sqrt{\frac{9x^{12}}{x^{12}}+\frac{x^2}{x^{12}}}}{\sqrt{\frac{4x^{12}}{x^{12}}+\frac{1}{x^{12}}}}\right]^{-\infty}$$

$$= \left(\frac{-2+2.3}{2}\right)^{-\infty} = 2^{-\infty} = \frac{1}{2^{\infty}} = 0$$

2.-Dada la función: (2 puntos)

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{-x^2+x+2}{2\sqrt{x+2}-4} & x>2 \\ \dfrac{x^4-2x^2-8}{4-x^2} & 1\leq x\leq 2 \\ \dfrac{x}{1+x^2} & 1>x \end{cases}$$

Estudiar la continuidad en x=2 y x=1 indicando donde proceda el tipo de discontinuidad.

x=2 Discontinuidad Evitable

1) $f(2)=\left[\frac{0}{0}\right] \nexists$

0'75

2) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{-x^2+x+2}{2\sqrt{x+2}-4} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{-(x-2)(x+1).(2\sqrt{x+2}+4)}{4x+8-16 = 4(x-2)} = -\dfrac{3.8}{4} = -6$ //

3) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^4-2x^2-8}{4-x^2} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{\overset{-1}{(x-2)}(x+2)(x^2+2)}{(2-x)(2+x)} = -6$ // 0'5

tiene limite $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = -6$

	1	0	-2	0	-8
2		2	4	4	8
	1	2	2	4	0
-2		-2	0	-4	
	1	0	2	0	

0'5

x=1 Discontinuidad de salto finito

1) $f(1) = \dfrac{-9}{3} = -3$ //

0'75

2) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x^4-2x^2-8}{4-x^2} = -3$

$\neq$

$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x}{1+x^2} = \dfrac{1}{2}$ //

3.-Dada la función f (x)= $\dfrac{x^3-x^2+x-1}{x^4-2x^3+2x^2-2x+1}$ a) Estudiar donde es continua, y en sus puntos de discontinuidad razona de que tipo se trata b) Determinar sus asíntotas horizontales y verticales

Es continua en todo $\mathbb{R}$ menos en los valores que se anula el denominador. $x^4-2x^3+2x^2-2x+1=0$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & 2 & -2 & 1 \\ 1 & & 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & -1 & \boxed{0} \\ 1 & & 1 & 0 & 1 & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$x^4-2x^3+2x^2-2x+1=(x-1)^2\cdot(x^2+1)$

Es continua en $\mathbb{R}-\{1\}$ //

- $x=1$. Discontinuidad de salto infinito. 0'5

$f(1)=\left[\frac{0}{0}\right]$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-2x^3+2x^2-2x+1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}\cancel{(x^2+1)}}{(x-1)^2\cancel{(x^2+1)}}$$

$\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x-1}=+\infty$

$\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{x-1}=-\infty$

0'5

b)

Asíntota vertical $x=1$ ya que el límite es ∞. 0'5

Asíntota horizontal $y=0$ ya que $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-2x^3+2x^2-2x+1}=0$ //

0'5