



1.- Calcular las siguientes integrales inmediatas

(0, 75 puntos cada integral)

a) $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$

b) $\int \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{artg}(x-1))}{x^2 - 2x + 2} dx$

c) $\int \frac{\ln(x-2)}{(x-2)} dx$

d) $\int \frac{6\operatorname{Cos}(\ln 5x)}{x} dx$

2.- Calcular las siguientes integrales:

a) $\int (2x-3)\operatorname{sen}(4x) dx$

(1 punto)

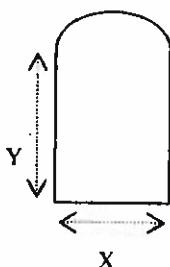
b) $\int \frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 9} dx$

(1,5 puntos)

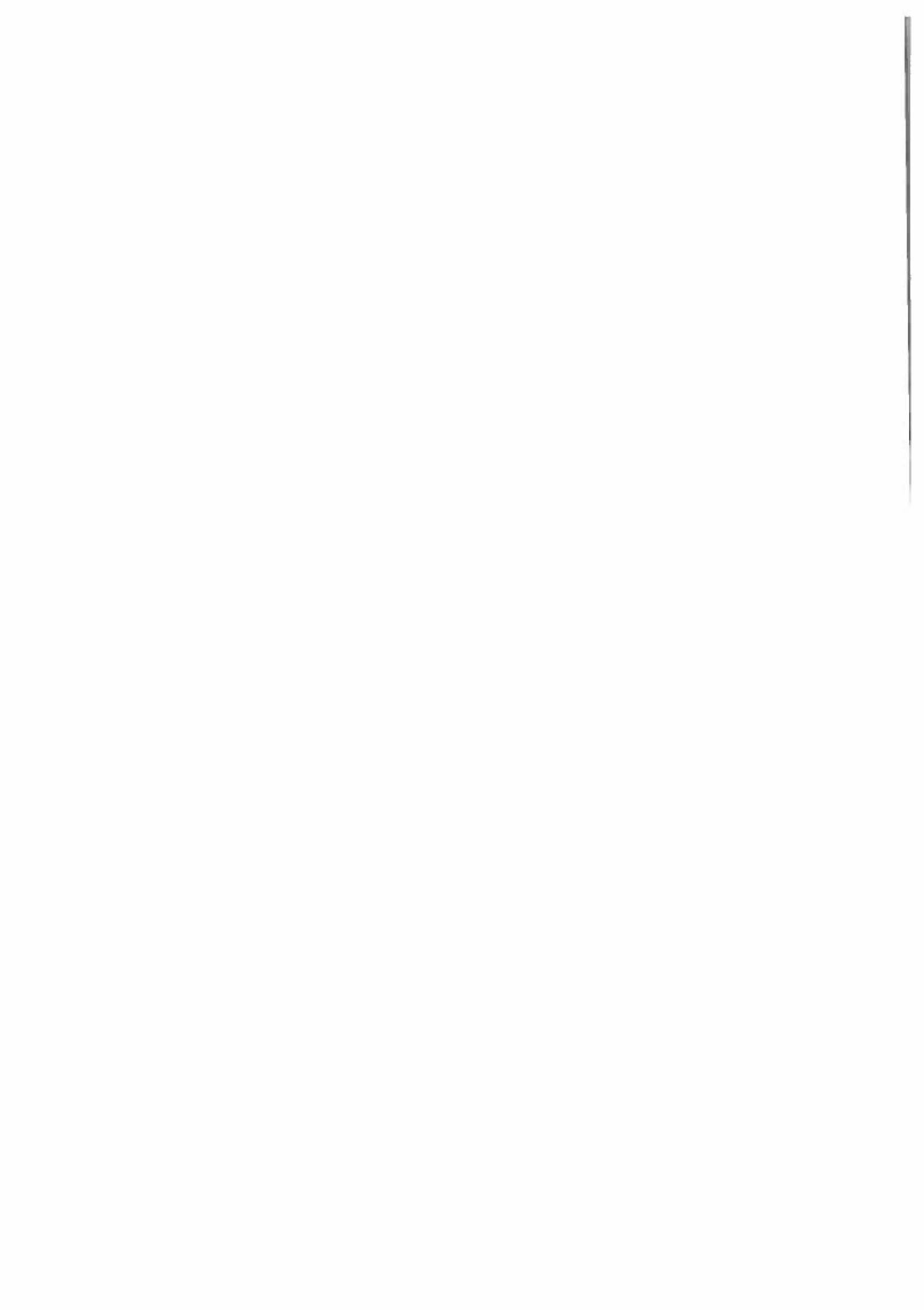
c) $\int \frac{x-5}{x^2 + 2x + 6} dx$

(1,5 puntos)

3.- Se considera una ventana como la que se indica en la figura (la parte inferior es rectangular; la superior, una semicircunferencia). El perímetro de la ventana mide 6 m: Hallar las dimensiones x e y del rectángulo para que la superficie de la ventana sea máxima. (Expresar los resultados en función de π). (1,5 puntos)



4.- Calcula los valores de a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo relativo en $x_0 = 1$, un punto de inflexión en $(2, 0)$ y su recta tangente en $x_0 = 0$ tenga de pendiente 2. (1,5 puntos)



(A)

1) a) $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx = \int \frac{e^x}{1+(e^x)^2} dx = \boxed{\arctg(e^x) + C}$

$u = e^x$
 $u' = e^x$

b) $\int \frac{\sin(\arctg(x-1))}{x^2+2x+2} dx = \boxed{-\cos(\arctg(x-1)) + C}$

$u = \arctg(x-1)$
 $u' = \frac{1}{1+(x-1)^2} = \frac{1}{x^2-2x+2}$

c) $\int \frac{\ln(x-2)}{x-2} dx = \int \frac{1}{x-2} \ln(x-2) dx = \boxed{\frac{\ln^2(x-2)}{2} + C}$

d) $\int 6 \frac{\cos(\ln 5x)}{x} dx = 6 \int \frac{1}{x} \cos \ln(5x) dx = \boxed{6 \sin(\ln(5x)) + C}$

$u = \ln 5x$
 $u' = \frac{5}{5x} = \frac{1}{x}$

2) a) $\int (2x-3) \sin(4x) dx = \frac{-(2x-3)\cos(4x)}{4} + \frac{1}{2} \int \cos(4x) dx$

$u = 2x-3 \quad du = 2dx$
 $dv = \sin(4x) dx \quad v = -\frac{1}{4} \cos(4x)$

$= \boxed{-\frac{(2x-3)\cos(4x)}{4} + \frac{1}{8} \sin(4x) + C}$

b) $\int \frac{2x^2+3x-1}{x^2-9} dx = \int 2 + \frac{3x+17}{x^2-9} dx = 2x + \int \frac{3x+17}{x^2-9} dx$

~~$\frac{2x^2+3x-1}{x^2-9}$~~ $\frac{1}{x^2-9}$ Aplicamos el método de Hermite

$\frac{3x+17}{(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+3}$

$3x+17 = A(x+3) + B(x-3)$

$x=3 \rightarrow 26 = 6A \quad A = \frac{13}{3}$
 $x=-3 \rightarrow 8 = -6B \quad B = -\frac{4}{3}$

$= 2x + \frac{13}{3} \ln|x-3| - \frac{4}{3} \ln|x+3| + C$

$$\int \frac{x-5}{x^2+2x+6} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x-10}{x^2+2x+6} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x+2}{x^2+2x+6} dx - \frac{12}{2} \int \frac{1}{x^2+2x+6} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2+2x+6} dx = \int \frac{1}{5+(x+1)^2} dx = \frac{1}{5\sqrt{5}} \int \frac{1}{1+(\frac{x+1}{\sqrt{5}})^2} dx = \frac{\sqrt{5}}{5} \arctan\left(\frac{x+1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$= \boxed{\frac{1}{2} \ln(x^2+2x+6) - \frac{6\sqrt{5}}{5} \arctan\left(\frac{x+1}{\sqrt{5}}\right) + C}$$

3) (1) $6 = \pi \cdot \frac{x}{2} + 2y + x$ (3) $y = \frac{6 - \frac{\pi}{2}x - x}{2} = 3 - \frac{\pi}{4}x - \frac{x}{2}$

(2) $F(x,y) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + xy$

$$g(x) = \frac{\pi}{8} x^2 + x \left(3 - \frac{\pi}{4}x - \frac{x}{2}\right) = \frac{\pi}{8} x^2 + 3x - \frac{\pi}{4} x^2 - \frac{x^2}{2} = \frac{\pi x^2 + 24x - 2\pi x^2 - 4x^2}{8} = \frac{24}{8} (24x - \pi x^2 - 4x^2)$$

$$g'(x) = \frac{1}{8} (24 - 2x(\pi + 4)) = 0 \quad \boxed{x = \frac{12}{\pi + 4}}$$

$$g''(x) = \frac{1}{8} (-2(\pi + 4)) < 0 \Rightarrow x = \frac{12}{\pi + 4} \text{ es un m\'aximo}$$

$$y = 3 - \frac{\pi}{4} \left(\frac{12}{\pi + 4}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{12}{\pi + 4}\right) = 3 - \frac{3\pi - 6}{\pi + 4} = \frac{3\pi + 12 - 3\pi + 6}{\pi + 4} = \boxed{\frac{18}{\pi + 4}}$$

(4) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ $f''(x) = 6ax + 2b$

$x_0 = 1$ Max $f'(1) = 0$ $3a + 2b + c = 0$

(2,0) P.I $f(2) = 0$ $8a + 4b + 2c + d = 0$

$f''(2) = 0$ $12a + 2b = 0$

$\begin{cases} 3a + 2b = -2 \\ 12a + 2b = 0 \\ 12a + 2b = 0 \end{cases}$

$a = 2$ $\boxed{a = 2/q}$

$b = -4/3$ $\boxed{b = -4/3}$

$$d = -8a - 4b - 2c \Rightarrow d = -\frac{16}{q} - \frac{16}{3} - 4 = -\frac{4}{q}$$

$$\boxed{d = -4/q}$$

3^a Evaluación**B****CURSO 2013/14**

ASIGNATURA:

FECHA: 02-06-2014

ALUMNO:

1º Bachillerato:

1.- Calcular las siguientes integrales inmediatas:**(0,75 puntos cada integral)**

a) $\int \frac{\tan(x-2)}{\cos^2(x-2)} dx$

b) $\int 2^{\cos(\ln x)} \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$

c) $\int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$

d) $\int \frac{3\sin(\ln 2x)}{x} dx$

2.- Calcular las siguientes integrales:

a) $\int (3x-4)\cos(5x)dx$

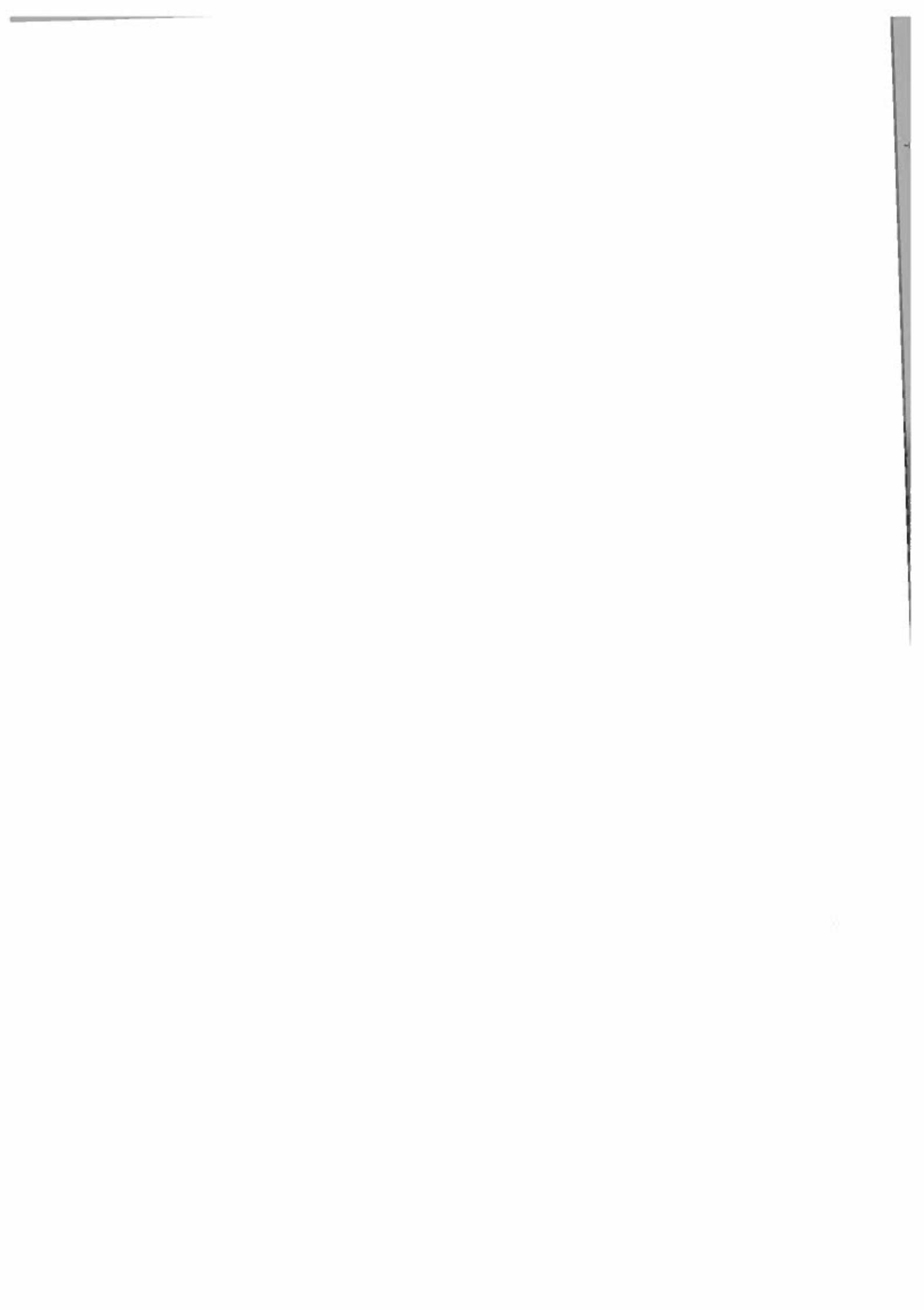
(1 punto)

b) $\int \frac{x^2+6x-1}{x^2-1} dx$

(1,5 puntos)

c) $\int \frac{x-2}{x^2+4x+7} dx$

(1,5 puntos)**3.- Calcula los valores de a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo relativo en $x_0 = 2$, un punto de inflexión en $(-1, 0)$ y su recta tangente en $x_0 = 0$ tenga de pendiente 3.****(1,5 puntos)****4.- Las cinco caras de un estanque de base cuadrada tienen un área de $192m^2$. Calcular las dimensiones para que el volumen sea máximo.****(1,5 puntos)**



B)

i) a) $\int \frac{\tan(x-2)}{\cos^2(x-2)} dx = \frac{\tan(x-2)}{2} + C$

b) $\int e^{\cos(\ln x)} \frac{\sin(\ln x)}{x} dx = -\frac{e^{\cos(\ln x)}}{\ln x} + C$

c) $\int \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx = \arcsin(\ln x) + C$

d) $\int \frac{3 \sin(\ln 2x)}{x} dx = -3 \cos(\ln 2x) + C$

② a) $\int (3x-4) \cos(5x) dx = \frac{3}{5} \sin 5x + \frac{3}{25} \cos 5x + C$

$$u = 3x-4 \quad du = 3$$

$$dv = \cos 5x dx \quad v = \int \cos 5x dx = \frac{1}{5} \sin 5x$$

b)
$$\int x^2 + 6x - 1 \frac{1}{x^2-1} dx$$

$$\int x + \frac{6x}{x^2-1} dx = \frac{x^2}{2} + \int \frac{6x}{x^2-1}$$

$$\frac{6x}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$$

$$= \boxed{\frac{x^2}{2} + 3 \ln|x-1| + 3 \ln|x+1| + C}$$

$$6x = A(x+1) + B(x-1)$$

$$x=1 \quad 6 = 2A \quad A=3$$

$$x=-1 \quad 6 = -2B \quad B=-3$$

c)
$$\int \frac{2x-4}{x^2+4x+7} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x+4}{x^2+4x+7} dx - \frac{8}{2} \int \frac{1}{x^2+4x+7}$$

$$= \boxed{\frac{1}{2} \ln|x^2+4x+7| - \frac{4\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg}\left(\frac{x+2}{\sqrt{3}}\right) + C}$$

$$x^2+4x+7 = 3 + (x+2)^2$$

$$\int \frac{1}{3+(x+2)^2} dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{1+\left(\frac{x+2}{\sqrt{3}}\right)^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{arctg}\left(\frac{x+2}{\sqrt{3}}\right)$$

$$③) \begin{cases} f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \\ f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \\ f''(x) = 6ax + 2b \end{cases}$$

$$\text{Max } x_0 = 2 \quad f'(2) = 0 \quad 12a + 4b + c = 0$$

$$\text{PJ } (-1, 0) \quad \begin{cases} f(-1) = 0 \\ -a + b + c + d = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'(-1) = 0 \\ -6a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$f'(0) = 3$$

$$\boxed{c=3}$$

$$-6a - \frac{6}{8} = 0$$

$$\boxed{a = -\frac{1}{8}}$$

$$\begin{cases} 12a + 4b = -3 \\ 6a + 2b = 0 \end{cases}$$

$$+12a + 4b = -3$$

$$-12a - 4b = 0$$

$$\boxed{b = -\frac{3}{8}}$$

$$d = a - b + c$$

$$d = -\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + 3 = \frac{2}{8} + 3 = \frac{26}{8} = \frac{13}{4}$$

$$④ \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & x & x^2 \\ \hline \end{array} \quad ① x^2 + 4x = 192$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & y & xy \\ \hline \end{array} \quad ② F(x, y) = x^2 y$$

$$③ \quad y = \frac{192 - x^2}{4x}$$

$$④) f(x) = x^2 \left(\frac{192 - x^2}{4x} \right) = \frac{1}{4} (192x - x^3)$$

$$f'(x) = \frac{1}{4} (192 - 3x^2) \quad x = \pm \sqrt{64} = \pm 8$$

$$f''(x) = \frac{1}{4} (-6x) \quad \begin{cases} f''(\textcircled{1}) = 0 \text{ Max} \\ f''(\textcircled{2}) = > 0 \text{ Min} \end{cases}$$

$$x = 8$$

$$y = \frac{192 - 64}{32} = 4$$