IES ATENEA. 1[er] CONTROL. MATEMÁTICAS B. 4º ESO.

Nombre: ____

Evaluación: **Segunda**. Fecha: 22 de febrero de 2011

NOTA	

Ejercicio nº 1.- Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(2,6)$ y $B(-2,3)$.

1 punto

Ejercicio nº 2.- El beneficio, en miles de euros, que se obtiene al vender a x € una unidad de un determinado producto viene dado por la fórmula $B(x) = -x^2 + 10x - 21$.

a) Representa la función B(x).

b) Determina el precio al que hay que vender el producto, para obtener el máximo beneficio.

2 puntos

Ejercicio nº 3.- Resuelve algebraicamente el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = x - 3 \end{cases}$$

Representa las gráficas de ambas funciones en los mismos ejes de coordenadas y haz una interpretación gráfica de la solución del sistema.

2 puntos

Ejercicio nº 4.- Dada la función $y = \dfrac{3}{x+2} - 1$, se pide:

a) Dominio de definición.
b) Asíntotas.
c) Representación gráfica y nombre de la curva.

2 puntos

Ejercicio nº 5.- Se considera la siguiente función definida a trozos:

$$y = \begin{cases} -2x + 5 & \text{si} \quad x < -3 \\ \sqrt{x+3} & \text{si} \quad x \geq -3 \end{cases}$$

Representa la función y estudia su crecimiento, decrecimiento y continuidad.

2 puntos

Ejercicio nº 6.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a) $2^{5-x^2} = \dfrac{1}{16}$ b) $\log\left(\dfrac{22-x}{x}\right) = -1$

1 punto

SOLUCIONES

E.1. Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(2,6)$ y $B(-2,3)$.

Como se trata de una recta, su ecuación ha de ser de la forma $r \equiv y = mx + n$.

Calculamos su pendiente m:

$$\left.\begin{array}{l} A(2,6) \\ B(-2,3) \end{array}\right\} \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-3}{2-(-2)} = \frac{3}{4} \Rightarrow r \equiv y = \frac{3}{4}x + n.$$

Calculamos su ordenada en el origen n:

$$A(2,6) \in r \equiv y = \frac{3}{4}x + n \Rightarrow 6 = \frac{3}{4} \cdot 2 + n \Rightarrow 6 = \frac{3}{2} + n \Rightarrow n = \frac{9}{2}.$$

Por lo tanto, la ecuación de la recta es $r \equiv y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$. (1 punto)

E.2. El beneficio, en miles de euros, que se obtiene al vender a x € una unidad de un determinado producto viene dado por la fórmula $B(x) = -x^2 + 10x - 21$.

a) Representa la función B(x).

b) Determina el precio al que hay que vender el producto, para obtener el máximo beneficio.

a) ***Representación gráfica***.

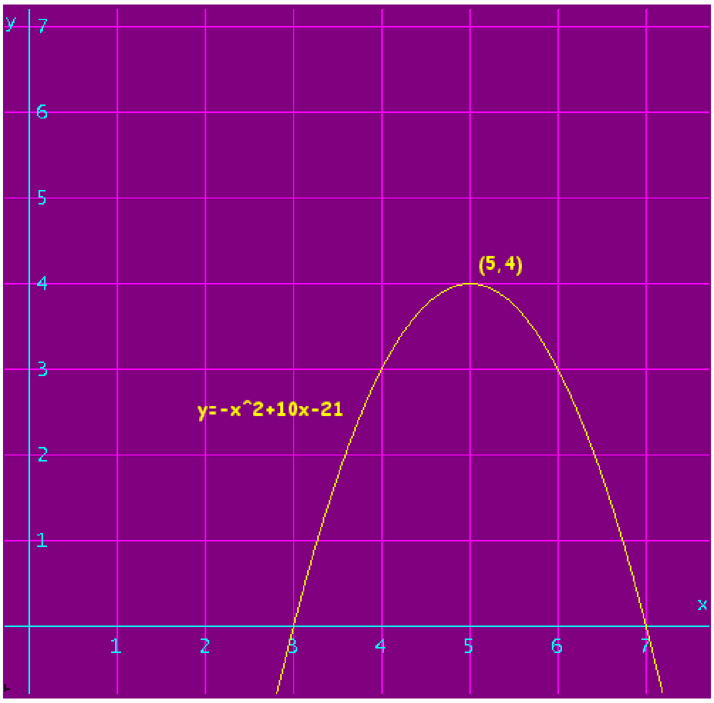
Vértice: $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{-2} = 5;\quad y_0 = -(5)^2 + 10 \cdot 5 - 21 = 4 \Rightarrow V(5,4)$.

Puntos de corte con el eje X: $-x^2 + 10x - 21 = 0 \Rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{100-84}}{-2} = \frac{-10 \pm 4}{-2} = \begin{cases} 3 \\ 7 \end{cases}$

Tabla de valores:

x	5	3	7	4	6
y	4	0	0	3	3

Gráfica:



(1,5 puntos)

b) ***Solución***. Hay que vender el producto a 5 € la unidad; de esta forma se obtiene un beneficio máximo de 4.000 euros. (0,5 puntos)

E.3. Resuelve algebraicamente el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = x - 3 \end{cases}$$

Representa las gráficas de ambas funciones en los mismos ejes de coordenadas y haz una interpretación gráfica de la solución del sistema.

Solución analítica. Resolvemos el sistema por el método de igualación:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = x - 3 \end{cases} \overset{\text{IGUALACIÓN}}{\Rightarrow} x^2 - 6x + 7 = x - 3 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} 5 \Rightarrow y = 5 - 3 = 2 \Rightarrow P(5,2) \\ 2 \Rightarrow y = 2 - 3 = -1 \Rightarrow Q(2,-1) \end{cases}.$$ (0,75 puntos)

Solución gráfica. Dibujamos, sobre los mismos ejes de coordenadas, la parábola y la recta:

Vértice: $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3; \quad y_0 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 7 = -2 \Rightarrow V(3,-2)$.

Puntos de corte con el eje X: $x^2 - 6x + 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 28}}{2} = 3 \pm \sqrt{2} \approx \begin{cases} 4,41 \\ 1,59 \end{cases}$

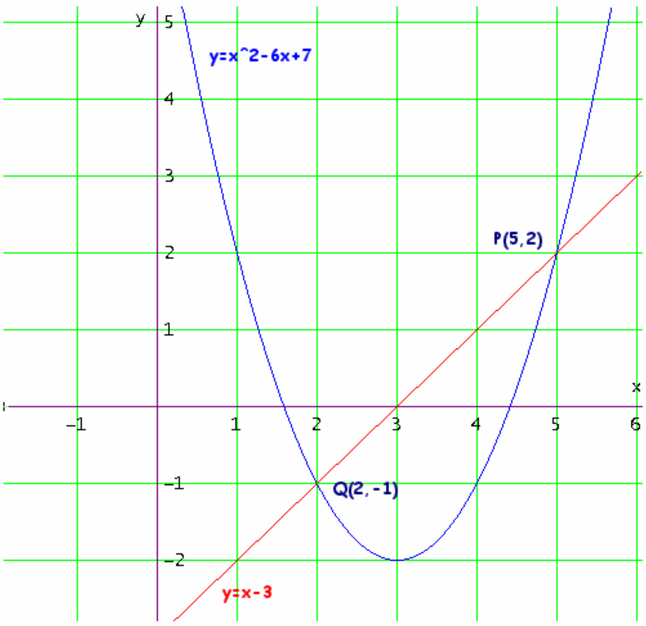
Tabla de valores de la parábola:

x	3	4,41	1,59	1	5
y	-2	0	0	2	2

Tabla de valores de la recta:

x	0	3	5
y	-3	0	2

Gráfica:



(0,75 puntos)

Interpretación gráfica. Las soluciones del sistema de ecuaciones coinciden exactamente con los puntos de intersección entre la parábola y la recta. (0,5 puntos)

E.4. Dada la función $y = \frac{3}{x+2} - 1$, se pide:

a) Dominio de definición.
b) Asíntotas.
c) Representación gráfica y nombre de la curva.

a) ***Dominio de definición***. $\text{Dom } y = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x + 2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-2\}$. (0,25 puntos)

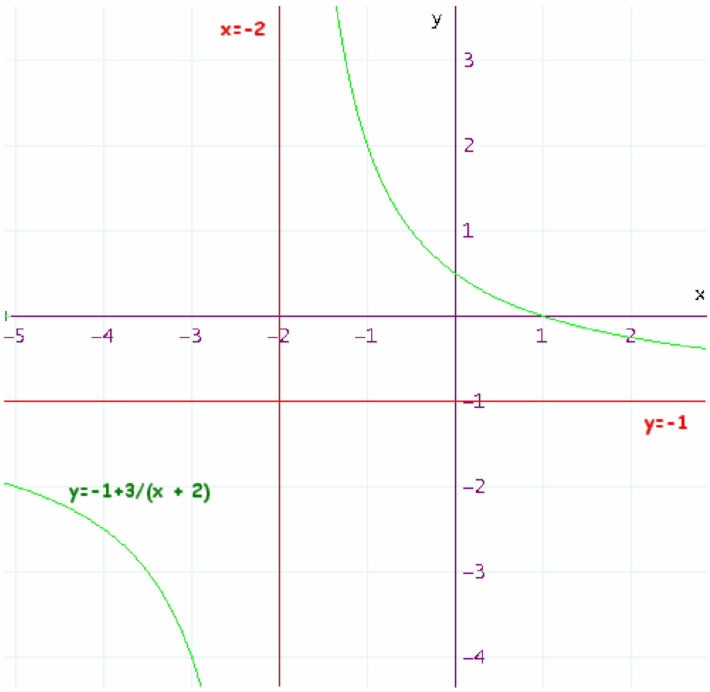
b) ***Asíntotas***.

- Vertical: $x = -2$.
- Horizontal: $y = -1$. (0,5 puntos)

c) ***Representación gráfica***.

Tabla de valores:

x	-3	-4	-5	-1	0	1
y	-4	-5/2	-2	2	1/2	0



(1 punto)

Nombre de la gráfica: Hipérbola. (0,25 puntos)

E.5. Se considera la siguiente función definida a trozos:

$$y = \begin{cases} -2x + 5 & \text{si } \; x < -3 \\ \sqrt{x+3} & \text{si } \; x \geq -3 \end{cases}$$

Representa la función y estudia su crecimiento, decrecimiento y continuidad.

Debemos dibujar una semirrecta en el intervalo $(-\infty, -3)$ y "media parábola tumbada" en el intervalo $[-3, +\infty)$.

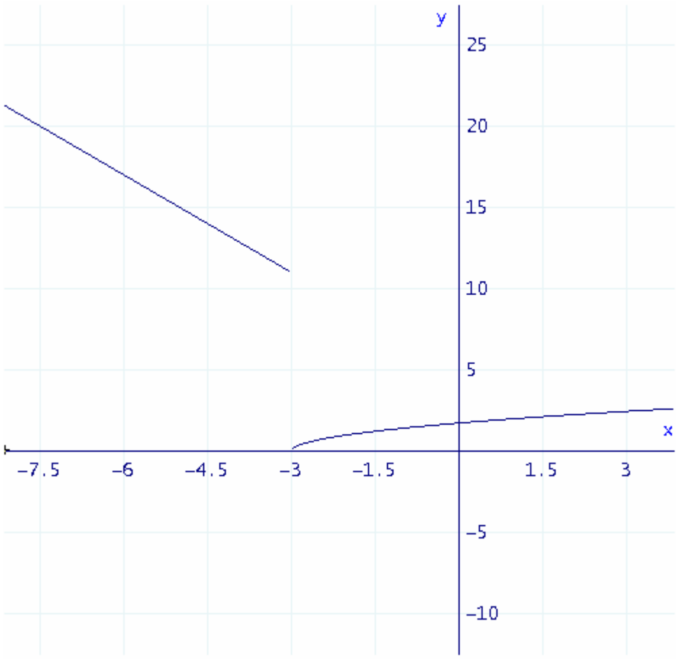
- Hacemos una tabla con tres valores para el trozo de recta $y_1 = -2x+5$, considerando su dominio, y que finaliza en $x=-3$, que debe ser un punto abierto ("hueco"):

x	-5	-4	-3
y	15	13	11

- Hacemos una tabla de valores para el trozo de función radical $y_2 = \sqrt{x+3}$, considerando su dominio y que comienza en $x=-3$, que debe ser un punto cerrado ("relleno"):

x	-3	-2	1	6
y	0	1	2	3

- Representamos la función:



(1,5 puntos)

- La función es decreciente en el intervalo $(-\infty,-3)$ y creciente en el intervalo $(-3,-\infty)$.

(0,25 puntos)

- Presenta un punto de discontinuidad en $x=-3$. Se trata de una discontinuidad de salto finito y tamaño 11.

(0,25 puntos)

E.6. a) $2^{5-x^2} = \dfrac{1}{16} \Rightarrow 2^{5-x^2} = \dfrac{1}{2^4} \Rightarrow 2^{5-x^2} = 2^{-4} \Rightarrow 5-x^2 = -4 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9} = \pm 3$.

(0,5 puntos)

b) $\log\left(\dfrac{22-x}{x}\right) = -1 \Rightarrow \dfrac{22-x}{x} = 10^{-1} \Rightarrow \dfrac{22-x}{x} = \dfrac{1}{10} \Rightarrow 220-10x = x \Rightarrow 11x = 220 \Rightarrow x = 20$.

(0,5 puntos)