37 EJERCICIOS de FUNCIONES

Concepto de función:

1. Dada $f(x)=\sqrt{x}$, se pide: **a)** Razonar que se trata de una función.

b) Calcular f(4), f(1), f(0), f(−9), f(1/4), f(2) y f(√2)

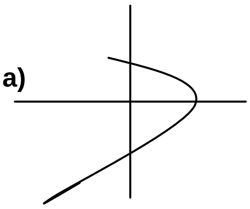
c) Hallar la antiimagen de 3, de 25 y de −4

d) Razonar cuál es su Dom(f) e Im(f)

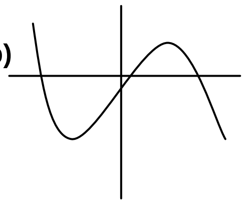
2. Ídem para f(x)=2x+1

3. ¿Cuáles de estas representaciones corresponden a la gráfica de una función? (Razonar la respuesta):

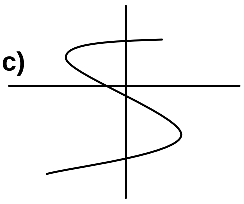
a)



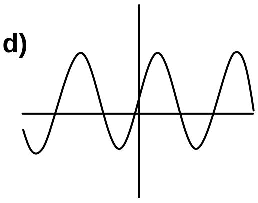
b)



c)

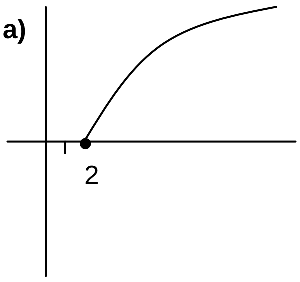


d)

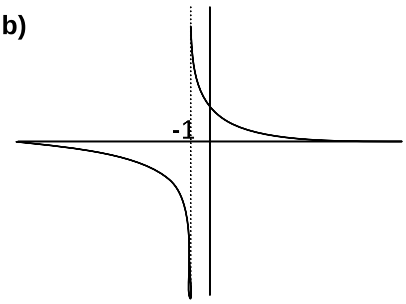


4. ¿Cuál es el Dom(f) e Im(f) de cada una de estas funciones?:

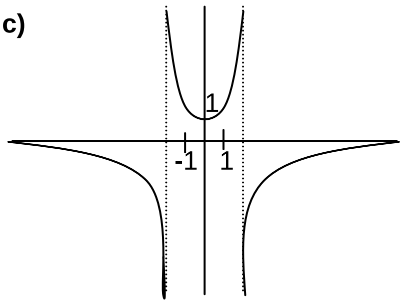
a)



b)



c)



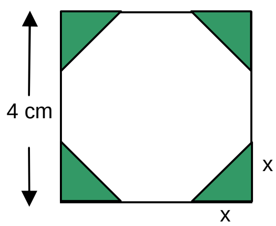
***Ejercicio libro:** pág. 267: 4*

5. De un cuadrado de 4 cm de lado, se cortan en las esquinas triángulos rectángulos isósceles cuyos lados iguales miden x.

a) Escribir el área del octógono que resulta, en función de x

b) ¿Cuál es el dominio de esa función? ¿Y su recorrido?

***Ejercicio libro:** pág. 267: 6*



Gráfica de una función:

6. Para cada una de las funciones que figuran a continuación se pide:

i) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.

ii) Dom(f) e Im(f) a la vista de la gráfica.

iii) $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$

a) f(x)=3x+5

b) $f(x)=x^2-4x+3$ ¿vértice?

c) $f(x)=x^3$

d) $f(x)=x^4$

e) $f(x)=2$

f) $f(x)=\sqrt{x-9}$

g) $f(x)=\frac{1}{x}$ ¿asíntotas? ¿ $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ y $\lim_{x\to 0^+} f(x)$?

h) $f(x)=\frac{x+2}{x-2}$ ¿asíntotas? ¿ $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ y $\lim_{x\to 2^+} f(x)$?

i) $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$ ¿asíntotas?

☞ ***Ejercicios libro:*** *pág. 268: 9 (parábolas), 13 (hipérbolas), 14 (irracionales)*

Cálculo del Dom(f):

7. Obtener **analíticamente**, de forma razonada, el Dom(f) de las funciones del ejercicio anterior, comprobando que se obtiene el mismo resultado que gráficamente.

8. Sin necesidad de representarlas, hallar **analíticamente** el Dom(f) de las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^3+x^2-3x+1$

b) $f(x)=\frac{8x}{x+5}$

c) $f(x)=\frac{1}{x^2-2x-8}$

d) $f(x)=\frac{2}{4x-x^2}$

e) $f(x)=\frac{2x}{x^2-16}$

f) $f(x)=\frac{2x}{x^2+16}$

g) $f(x)=\sqrt{x+5}$

h) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+5}}$

i) $f(x)=\sqrt{2x-5}$

j) $f(x)=\sqrt{4-x}$

k) $f(x)=\sqrt{x^2-9}$

l) $f(x)=\sqrt{x^2+2x-8}$

m) $f(x)=\sqrt{x^2+5x+4}$

n) $f(x)=\sqrt{\frac{x}{x^2-16}}$

o) $f(x)=\frac{x+1}{(2x-3)^2}$

p) $f(x)=\sqrt{\frac{x+3}{x^2-x-6}}$

q) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3x-12}}$

r) $f(x)=\frac{3x}{x^2+4}$

s) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-5x+6}}$

t) $f(x)=\frac{14}{x^2+2x+1}$

u) $f(x)=\sqrt[3]{x^2+5x+4}$

v) $f(x)=\sqrt{x^2+2x+1}$

☞ ***Ejercicios libro:*** *pág. 248: 1; pág. 267: 1, 2, 3; pág. 271: 58*

(*Soluc:* ***a)*** *IR;* ***b)*** *IR-[-5};* ***c)*** *IR-{-2,4};* ***d)*** *IR-{0,4};* ***e)*** *IR-[±4};* ***f)*** *IR;* ***g)*** *[-5,∞);* ***h)*** *(-5,∞);* ***i)*** *[5/2,∞);* ***j)*** *(-∞,4];* ***k)*** *(-∞,-3]U[3,∞);* ***l)*** *(-∞,-4]U[2,∞);* ***m)*** *(-∞,-4]U[-1,∞);* ***n)*** *(-4,0]U(4,∞);* ***o)*** *IR-{3/2};* ***p)*** *[-3,-2)U(3,∞);* ***q)*** *(4,∞);* ***r)*** *IR;* ***s)*** *(-∞,2)U(3,∞);* ***t)*** *IR-{-1};* ***u)*** *IR;* ***v)*** *IR*)

Propiedades que se deducen de la gráfica de una función:

9. A la vista de sus gráficas, indicar la continuidad de las funciones del ejercicio 6.

10. A la vista de sus gráficas, indicar los intervalos de crecimiento y los posibles M y m de las funciones del ejercicio 6.

11. Hallar analíticamente los posibles puntos de corte con los ejes de las funciones del ejercicio 6, y comprobar que lo obtenido coincide con la gráfica.

12. Hallar los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones (en el caso de las cuatro primeras, dibujar además, únicamente con esa información, la gráfica):

a) $y=2x-6$

b) $f(x)=x^2+2x-3$

c) $f(x)=x^2+x+1$

d) $f(x)=x^3-x^2$

e) $y=\frac{x^2-4}{x+2}$

f) $f(x)=\sqrt{2x+4}$

g) $f(x)=\sqrt{2x}+4$

h) $y=\frac{x+4}{2x+2}$

i) $y=\frac{x^2-3}{x^2-1}$

j) $f(x)=\sqrt{x^2+x-2}$

k) $y=\sqrt{x^2+9}$

l) $f(x)=x^3-6x^2+11x-6$

m) $y=\dfrac{x^2+4}{x+2}$ | **n)** $f(x)=\dfrac{4}{x-4}$ | **o)** $f(x)=x^4-1$

(Soluc: ***a)*** *(3,0),(0,-6);* ***b)*** *(-3,0),(1,0),(0,-3);* ***c)*** *(0,1);* ***d)*** *(0,0),(1,0);* ***e)*** *(-2,0),(2,0),(0,-2);* ***f)*** *(-2,0),(0,2);* ***g)*** *(0,4);* ***h)*** *(-4,0),(0,2);* ***i)*** *(√3,0),(-√3,0),(0,3);* ***j)*** *(-2,0),(1,0);* ***k)*** *(0,3);* ***l)*** *(1,0),(2,0),(3,0),(0,-6);* ***m)*** *(0,2);* ***n)*** *(0,-1);* ***o)*** *(-1,0),(1,0),(0,-1)*)

13. Hallar analíticamente la posible simetría de las funciones del ejercicio 6, y comprobar que lo obtenido coincide con la gráfica.

14. Hallar la posible simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^4$
b) $f(x)=x^3$
c) $f(x)=x^4-x^2$
d) $f(x)=x^2-x^3$
e) $f(x)=2x-3$
f) $f(x)=x^5-x^3$
g) $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^2-1}$
h) $y=\dfrac{x^2+1}{x}$
i) $y=\dfrac{2x^3}{x^2+1}$
j) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+6}$
k) $y=\dfrac{3x}{2x^2-1}$
l) $f(x)=\dfrac{x}{x-5}$
m) $y=\dfrac{5x^2}{x-1}$
n) $f(x)=x+\dfrac{x^2+1}{x^2+3}$
o) $y=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2+3}$

(Soluc: ***a)*** *par;* ***b)*** *impar;* ***c)*** *par;* ***d)*** *no simétrica;* ***e)*** *no simétrica;* ***f)*** *impar;* ***g)*** *par;* ***h)*** *impar;* ***i)*** *impar;* ***j)*** *par;* ***k)*** *impar;* ***l)*** *no simétrica;* ***m)*** *no simétrica;* ***n)*** *no simétrica;* ***o)*** *no simétrica*)

15. a) ¿Una función puede ser simétrica par e impar al mismo tiempo? Razonar la respuesta.

b) Demostrar que toda función impar definida en el origen necesariamente pasa por éste

16. Estudiar los puntos de corte con los ejes y la simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{4}{x^2+1}$ **b)** $y=\dfrac{x+3}{x^2+1}$ **c)** $y=\dfrac{14}{x^3}$ **d)** $y=\dfrac{x^2-9}{x^2+1}$ **e)** $f(x)=\dfrac{4x+12}{3x+6}$

Estudio completo de una función (I):

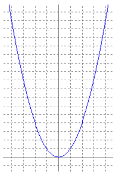
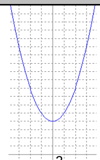
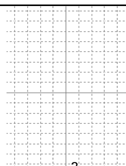
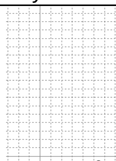
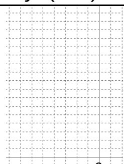
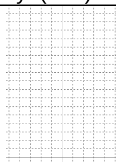
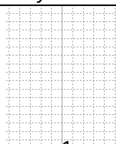
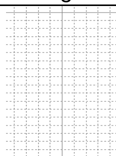
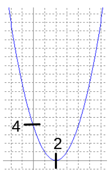
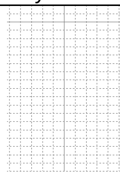
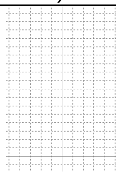
17. Dada $f(x)=2x^3-3x^2$ se pide: **i)** Dom(f) **ii)** Posible simetría. **iii)** Posibles cortes con los ejes. **iv)** Tabla de valores apropiada y representación gráfica. **v)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m. **vi)** ¿Es continua? **vii)** A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) **viii)** Ecuación de las posibles asíntotas. **ix)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$ **x)** Hallar la antiimagen de y=–1

18. Ídem para:

a) $f(x)=x^3-3x$ Antiimagen de y=2
b) $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ Antiimagen de y=1
c) $y=x^4-2x^2$ Antiimagen de y=–1/2
d) $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$ Antiimagen de y=4/5
e) $f(x)=x^3-3x^2$ Antiimagen de y=–2
f) $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ Antiimagen de y=2
g) $y=-x^3+12x$ Antiimagen de y=-11
h) $f(x)=\dfrac{9}{x^2-9}$ Antiimagen de y=–1/3
i) $f(x)=\dfrac{16-8x}{x^2}$ Antiimagen de y=–2
j) $y=\dfrac{x}{x^2+x+1}$ Antiimagen de y=–1/2
k) $y=\dfrac{x}{x^2-x+1}$ Antiimagen de y=–1/2
l) $y=\dfrac{4x}{(x-1)^2}$
m) $y=\sqrt{-x^2+4x+5}$

Transformaciones de funciones:

19. Completar la siguiente tabla (véase el primer ejemplo):

<table>
<tr><th>FUNCIÓN ORIGINAL</th><th colspan="2">TIPO DE TRANSFORMACIÓN</th><th>FUNCIÓN TRANSFORMADA</th><th>RESULTADO</th></tr>
<tr><td rowspan="7">
$y=x^2$</td><td rowspan="4">TRASLACIONES</td><td rowspan="2">f(x)±k</td><td>
$y=x^2+4$</td><td>TRASLACIÓN hacia ARRIBA</td></tr>
<tr><td>
$y=x^2-2$</td><td>TRASLACIÓN hacia ABAJO</td></tr>
<tr><td rowspan="2">f(x±k)</td><td>
$y=(x-2)^2$</td><td>TRASLACIÓN hacia la DERECHA</td></tr>
<tr><td>
$y=(x+3)^2$</td><td>TRASLACIÓN hacia la IZQUIERDA</td></tr>
<tr><td rowspan="3" colspan="2">CONTRACCIONES o EXPANSIONES</td><td>
$y=2x^2$</td><td>CONTRACCIÓN</td></tr>
<tr><td>
$y=\frac{1}{3}x^2$</td><td>EXPANSIÓN</td></tr>
<tr><td>
$y=-3x^2$</td><td>(Reflexión +) CONTRACCIÓN</td></tr>
<tr><td rowspan="2">
$y=x^2-4x+4$</td><td rowspan="2" colspan="2">REFLEXIONES</td><td>
$y=-(x^2-4x+4)=-x^2+4x-4$</td><td>REFLEXIÓN respecto al EJE X</td></tr>
<tr><td>
$y=(-x)^2-4(-x)+4=x^2+4x+4$</td><td>REFLEXIÓN respecto al EJE Y</td></tr>
</table>

20. a) A partir de la gráfica de $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$, representar las gráficas de $f(x)=\sqrt[3]{x^2}+3$, $f(x)=\sqrt[3]{(x+3)^2}$, $f(x)=\sqrt[3]{x^2}-2$ y $f(x)=\sqrt[3]{(x-2)^2}$ (cada una en distintos ejes), indicando el nombre de la transformación obtenida.

b) Ídem con $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ y las funciones $f(x)=\dfrac{2}{x^2+1}$, $f(x)=\dfrac{1}{3(x^2+1)}$ y $f(x)=\dfrac{-1}{x^2+1}$

c) Ídem con $f(x)=\sqrt[3]{x}$ y las funciones $f(x)=\sqrt[3]{-x}$ y $f(x)=-\sqrt[3]{x}$

21. A partir de la gráfica de la hipérbola $f(x)=\dfrac{1}{x}$, representar sucesivamente (cada una en distintos ejes) las hipérbolas $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$ y $f(x)=\dfrac{x+3}{x+2}=1+\dfrac{1}{x+2}$

22. a) Representar gráficamente la hipérbola $f(x)=-\dfrac{1}{x-2}+3$ partiendo de la gráfica de $f(x)=\dfrac{1}{x}$

b) Ídem con $f(x)=\sqrt[3]{-x+2}$, partiendo de $f(x)=\sqrt[3]{x}$

☞ ***Ejercicios libro:** pág. 252: 1 y 2; pág. 253: 3 y 4; pág. 254: 5 y 6; pág. 255: 8; pág. 268: 22 a 25*

23. Representar la función f(x)=Ent(x)

Estudio completo de una función (II):

24. Dadas las siguientes **funciones definidas a trozos** se pide: **i)** Gráfica. **ii)** Dom(f) e Im(f) **iii)** Posibles cortes con los ejes. **iv)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m. **v)** Continuidad. **vi)** Ecuación de las posibles asíntotas. **vii)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ **viii)** Responder, además, a las preguntas particulares de cada apartado:

a) $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } x\in(-\infty,2) \\ x & \text{si } x\in[2,\infty) \end{cases}$

¿f(1), f(2) y f(3)?
¿Antiimagen de y=3?

b) $f(x)=\begin{cases} x^2-4 & \text{si } x\in(-\infty,2) \\ x-2 & \text{si } x\in[2,4] \\ 5 & \text{si } x\in(4,\infty) \end{cases}$

Hallar la antiimagen de y=16
Hallar la antiimagen de y=1

c) $f(x)=\begin{cases} 3 & \text{si } x<-1 \\ 1-2x & \text{si } -1\le x<1 \\ 3x-1 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$

¿f(1) y f(−1)?
¿Antiimagen de y=2?
¿Antiimagen de y=−3?

d) $f(x)=\begin{cases} 5x-2 & \text{si } x\le 1 \\ -2 & \text{si } x=2 \\ x/2 & \text{si } x>2 \end{cases}$

¿f(1), f(3/2), f(2) y f(−3)?
¿Antiimagen de y=1?
¿Antiimagen de y=2?
¿Antiimagen de y=18?

e) $f(x)=\begin{cases} -3 & \text{si } -5\le x<0 \\ x^2 & \text{si } 0\le x<2 \\ x+2 & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$ ¿f(-6), f(0)?

f) $f(x)=\begin{cases} x/2 & \text{si } x\in(-\infty,1] \\ \dfrac{1}{x-1} & \text{si } x\in(1,\infty) \end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases} 3x-2 & \text{si } x<0 \\ -2 & \text{si } x=0 \\ \dfrac{4}{x-2} & \text{si } x>0 \end{cases}$

h) $f(x)=\begin{cases} -x-2 & \text{si } x\in(-\infty,2] \\ x^2-4x & \text{si } x\in(2,\infty) \end{cases}$

i) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{5}{x-5} & \text{si} \quad x\le 0\\ \sqrt{x+1} & \text{si} \quad 0<x\le 3\\ \dfrac{10}{x+2} & \text{si} \quad x>3\end{cases}$

¿f(0) y f(3)?
¿Qué x tiene por imagen y=0?
¿Qué x tiene por imagen y=3/2?
¿Qué x tiene por imagen y=1/2?

j) $f(x)=\begin{cases}0 & \text{si} \quad x<0\\ 3x-x^2 & \text{si} \quad 0\le x<3\\ x-4 & \text{si} \quad 3\le x<6\\ 0 & \text{si} \quad x>6\end{cases}$

¿Vértice de la parábola?

k) $f(x)=\begin{cases}x^2+8x+7 & \text{si} \quad x\le -2\\ \sqrt{x+2} & \text{si} \quad -2<x\le 2\\ \dfrac{5x-18}{2x-8} & \text{si} \quad x>2\end{cases}$

Hallar la antiimagen de 1 y -8

l) $f(x)=\begin{cases}x+4 & \text{si} \quad x<-1\\ x^2-2x & \text{si} \quad -1\le x<2\\ 0 & \text{si} \quad x>2\end{cases}$

Hallar la antiimagen de y=1

m) $f(x)=\begin{cases}x+15 & \text{si} \quad x\le -2\\ x^2-4x+1 & \text{si} \quad -2<x\le 4\\ -x+7 & \text{si} \quad x>4\end{cases}$

Hallar la antiimagen de y=6

n) $f(x)=\begin{cases}x+10 & \text{si} \quad x\le -4\\ x^2+2x & \text{si} \quad -4<x\le 1\\ 3/x & \text{si} \quad x>1\end{cases}$

Hallar qué x tiene por imagen 0

o) $f(x)=\begin{cases}x^2+2x+1 & \text{si} \quad x\le 0\\ 1 & \text{si} \quad 0<x<4\\ x-3 & \text{si} \quad x\ge 4\end{cases}$

Hallar la antiimagen de y=4

p) $f(x)=\begin{cases}-x+4 & \text{si} \quad x\le -2\\ x^2-x-6 & \text{si} \quad -2<x\le 6\\ 24 & \text{si} \quad x>6\end{cases}$

Hallar la antiimagen de y=14

q) $f(x)=\begin{cases}x^2-4 & \text{si } x\in(-\infty,2)\\ x-2 & \text{si } x\in[2,5]\\ -x+6 & \text{si } x\in(5,\infty)\end{cases}$

¿Cuáles son las antiimágenes de 1 y 16?

r) $f(x)=\begin{cases}x^2+8x+7 & \text{si} \quad x<-3\\ x-5 & \text{si} \quad -3\le x<2\\ \sqrt{x-2} & \text{si} \quad x\ge 2\end{cases}$

Hallar la antiimagen de -5

s) $f(x)=\begin{cases}x^2-4x+3 & \text{si} \quad x<1\\ x-1 & \text{si} \quad 1<x\le 4\\ x^2-4x+3 & \text{si} \quad x>4\end{cases}$

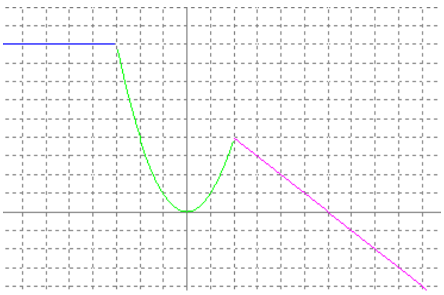
t) $f(x)=\begin{cases}x+5 & \text{si} \quad x<-3\\ x^2+2x-3 & \text{si} \quad -3\le x<2\\ \dfrac{5}{x-1} & \text{si} \quad x\ge 2\end{cases}$

Hallar la antiimagen de 1

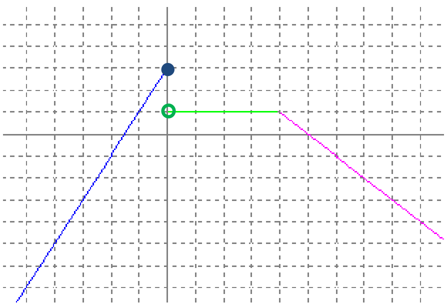
☞ ***Ejercicios libro:*** *pág. 249: 1 y 2; págs. 268 y ss.: 11, 12 y 35*

25. Hallar la expresión analítica –es decir, como función definida por ramas– de las siguientes funciones:

a)



b)



☞ ***Ejercicios libro:*** *pág. 270: 41 (dada la gráfica, hallar su expresión algebraica)*

26. Dadas las siguientes **funciones valor absoluto** se pide: **i)** Definición analítica por ramas. **ii)** Gráfica. **iii)** Dom(f) e Im(f) **iv)** Posibles cortes con los ejes. **v)** Intervalos de crecimiento. Posibles M y m. **vi)** Continuidad. **vii)** $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to \infty} f(x)$

a) $f(x)=|x-1|$ **b)** $f(x)=|-3x+3|$ **c)** $f(x)=|3x+6|$ **d)** $f(x)=|x^2-5x+6|$

e) $f(x)=|x^2-4x+3|$ **f)** $f(x)=|-x^2-4x-5|$ **g)** $f(x)=\left|\frac{1}{2}x^2-x-4\right|$ **h)** $f(x)=|x^2-4x+5|$

i) $f(x)=|-x^2+x-1|$ **j)** $f(x)=|x^2-4x|$ **k)** $f(x)=\frac{|x|}{x}$ **l)** $f(x)=|9-x^2|$

m) $f(x)=|x|+x$ **n)** $f(x)=|x+1|+|x-1|$ **o)** $f(x)=|3x+6|-|2x-2|$ **p)** $f(x)=\sqrt{\frac{|x|}{x}}$

q) $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}+1 & \text{si } x<2\\ |2x-6| & \text{si } x\geq 2\end{cases}$ **r)** $f(x)=\begin{cases}|x^2+4x+3| & \text{si } x<-1\\ (x-1)^2-2 & \text{si } x\geq -1\end{cases}$

27. A partir de la gráfica de $f(x)=|x|$, representar sucesivamente (cada una en distintos ejes) $f(x)=|x|+3$, $f(x)=|x-2|$, $f(x)=-|x|$, $f(x)=|2x|$ y $f(x)=\left|\frac{x}{3}\right|$

☞ ***Ejercicios libro:** pág. 251: 1 y 2; pág. 268: 30 a 34; pág. 271: 59*

Composición de funciones. Función inversa:

28. Hallar $f\circ g$ (léase *g compuesta con f*) y $g\circ f$ (*f compuesta con g*) en los siguientes casos:

a) $f(x)=3x-5$ $g(x)=1/x$
b) $f(x)=x^2$ $g(x)=3x-5$
c) $f(x)=1/x$ $g(x)=\sqrt{x}$
d) $f(x)=x^2$ $g(x)=\sqrt{x}$
e) $f(x)=\sqrt{x}$ $g(x)=\frac{1}{x^2-4}$

☞ ***Ejercicios libro:** pág. 256: 1 y 2; pág. 268: 17 y 18*

29. ¿Se puede componer una función consigo misma? ¿Qué obtenemos si hacemos $(f\circ f)(x)$ para f(x)=2x+1? Hacerlo también para $f(x)=\frac{1}{x}$ y $f(x)=\frac{1-x}{x+1}$

30. Comprobar que las siguientes funciones son inversas y representarlas gráficamente sobre los mismos ejes:

a) $f(x)=2x$ $g(x)=\frac{x}{2}$ **b)** $f(x)=x^3$ $g(x)=\sqrt[3]{x}$ **c)** $f(x)=x+1$ $g(x)=x-1$

¿Qué conclusión se obtiene a la vista de sus gráficas?

☞ ***Ejercicios libro:** pág. 257: 1 y 3*

31. Hallar la función inversa de:

a) $y=\sqrt{x+4}$
b) $y=3+2(x-1)$
c) $y=2\sqrt{x+1}$
d) $y=3/x$ *(Soluc: coincide con f⁻¹)*
e) $y=x^2-1$
f) $f(x)=\frac{1}{2x+3}$
g) $y=2+\sqrt{x}$
h) $y=\frac{x+1}{3x-1}$ *(Soluc: coincide con f^{-1})*

☞ ***Ejercicios libro:** pág. 257: 2; pág. 268: 19; pág. 271: 54*

Problemas de aplicación:

32. Un técnico de una compañía ha calculado que los costes de producción (en €) de un determinado producto vienen dados por la siguiente expresión:

$$C(x)=x^2+20x+40000$$

donde x representa el número de unidades producidas. Por otra parte, cada unidad se vende al público a un precio de 520 €.

a) Expresar, en función del número de artículos producidos x, el beneficio y representarlo gráficamente.

b) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

(Sol: 250 unidades; 22500 €)

33. La dosis de un fármaco comienza con 10 mg y cada día debe aumentar 2 mg hasta llegar a 20 mg. Debe seguir 15 días con esa cantidad y a partir de entonces ir disminuyendo 4 mg cada día.

a) Representar la función que describe este enunciado y determinar su expresión analítica, como función definida por ramas.

b) Indicar cuál es su dominio y recorrido. *(Sol: Dom(f)=[0,25]; Im(f)=[0,20])*

☞ ***Ejercicios libro:*** *pág. 270: 41 (dada la gráfica, hallar su expresión algebraica); 44 al 52 (planteamiento de funciones y optimización gráfica)*

Cónicas:

34. Dadas las siguientes expresiones, razonar en cada caso si corresponden a una circunferencia y, en caso afirmativo, dibujar su gráfica e indicar el centro y el radio:

a) $x^2+y^2+25=0$ *(Soluc: C(0,0); R=5)*

b) $x^2+y^2-4x+2y-4=0$ *(Soluc: C(2,−1); R=3)*

c) $x^2+y^2-2xy+8=0$

d) $x^2+y^2-10x+6y-15=0$ *(Soluc: C(5,−3); R=7)*

e) $x^2+2y^2-3x-6y+5=0$

f) $x^2+y^2-4x+2y=0$

35. Dadas las siguientes expresiones, razonar en cada caso si corresponden a una elipse y, en caso afirmativo, obtener su gráfica:

a) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

b) $\frac{x^2}{16}+\frac{y}{4}=1$

c) $x^2+4y^2=4$

d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$

e) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$

f) $25x^2+9y^2=225$

36. Hallar la ecuación reducida o canónica de una elipse de semieje mayor 4 y menor 3. Comprobarlo gráficamente.

37. Representar las siguientes hipérbolas:

a) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

b) $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{36}=1$

c) $\frac{x^2}{9}-y^2=1$

d) $4y^2-x^2=4$

e) $4x^2-9y^2=36$

f) $2x^2-y^2+2=0$