EXAMEN DE MATEMÁTICAS : INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA ANALÍTICA 4º ESO B

NOMBRE ……………………………………………………………………………Calificación ………………

- **Los ejercicios respondidos con lápiz se calificarán con 0 puntos**
- **El dibujo es importante pero las respuestas se derivarán de métodos analíticos.**

EJERCICIO 1 Halla la ecuación continua de la mediatriz del segmento AB siendo A (- 3 , 1) y B (1, 2).

EJERCICIO 2 Dados los puntos P (-1, 2) y Q (3, -4) , halla un punto R que verifique

$$2\overrightarrow{PR} - 3\overrightarrow{QP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{QR}$$

EJERCICIO 3 Determina k para que el triángulo de vértices A(1, 0) , B(3, k) , C(6, -1) sea rectángulo en B .

EJERCICIO 4 Dado el triángulo de vértices A (-1, 0) , B (1, 3) y C (4, -2) , determina :

a) Las ecuaciones paramétricas de la mediana que pasa por A
b) La ecuación general de la altura que pasa por B
c) Determina el coseno del ángulo C

EJERCICIO ¿Existe una circunferencia que tenga diámetro AB siendo A (-4, 1) y B(-2, 3) y que tenga el mismo radio que la circunferencia de ecuación

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0 \qquad ?$$

EJERCICIO 6 Determina m para que las rectas :

R : mx + 3y – 1 = 0

S : 2x + (m + 1)y + 2 = 0

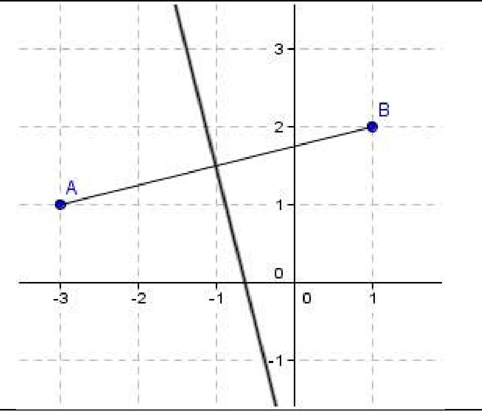
Sean a) paralelas b) perpendiculares

EJERCICIO 7 Dados los puntos B (2, 0) y C(5, 2) ,halla un punto A de la recta y = x + 1 tal que el triángulo de vértices A, B, C sea isósceles siendo BC el lado desigual.

Ejercicio	1	2	3	4a	4b	4c	5	6	7
Valor	1	1	1	1	1	1	1	1.5	1,5
Calificación									

SOLUCIONES

EJERCICIO 1



Mediatriz de AB = Perpendicular a AB por el punto medio M

M = $\frac{A+B}{2}$ = (-1, 1.5)

$\overrightarrow{AC}$ = (4 , 1) ; el vector director de la mediatriz ha de ser perpendicular a $\overrightarrow{AC}$ luego $\vec{u}$ = (- 1 , 4)

La ecuación continua de la mediatriz es :

$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-1.5}{4}$$

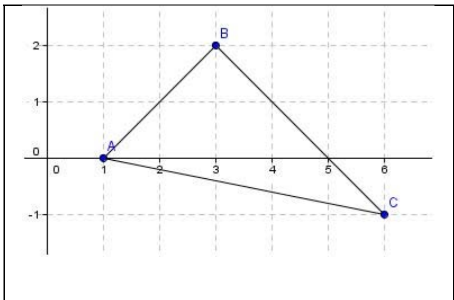
EJERCICIO 2

2(R – P) – 3 (P – Q) = $\frac{1}{2}$ (R – Q) ; multiplicamos por 2 :

4(R – P) – 6(P – Q) = R –Q → 4 R – 4P – 6P + 6Q – R + Q = 0 → 3R = 10P – 7 Q → R = $\frac{10P-7Q}{3}$

Sustituyendo P y Q : R = $\frac{10(-1,2)-7(3,-4)}{3} = \frac{(-10,20)-(21,-28)}{3} = (-\frac{31}{3}, \frac{48}{3})$

EJERCICIO 3

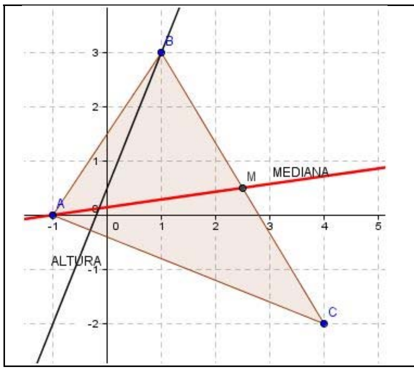


Para que el triángulo sea rectángulo en B , el producto escalar $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

$$\overrightarrow{BA} = B - A = (3, k) - (1, 0) = (2, k)$$
$$\overrightarrow{BC} = C - B = (3, k) - (6, -1) = (-3, k+1)$$
$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -6 + k(k+1) = k^2 + k - 6 = 0$$

Resolviendo la ecuación de 2º grado, tenemos dos soluciones : k = 3, -2

EJERCICIO 4



a) **El punto medio de B y C es M =(2.5, 1.5) . El vector director de la mediana por A es $\overrightarrow{AM}$ = (3.5 , 0.5). Las ecuaciones paramétricas de la mediana son**
:$\begin{cases} x = -1 + 3.5t \\ y = 0 + 0.5t \end{cases}$

b) **La altura por B es la perpendicular al lado AC que pasa por B. $\overrightarrow{AC}$=(5 , -2) luego un vector perpendicular a éste es $\vec{u} = (2, 5)$; B = (1 , 3). La ecuación continua de la altura sería :$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{5}$**

Operando : 5x – 5 = 2y – 6 → 5x – 2y +1 = 0

c) $\overrightarrow{CB}$ = (- 3, 5) $\overrightarrow{CA}$ = (-5, 2)

Cosα = $\frac{|15+10|}{\sqrt{34}\cdot\sqrt{29}} = \frac{25}{\sqrt{986}}$

EJERCICIO 5

Si el diámetro es AB , el centro es el punto medio de A y B que es M = (-3 , 2) . El radio de la circunferencia es la mitad del valor de su diámetro. $\overrightarrow{AB} = (2,2)$ luego $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{8}$ y el radio sería $\frac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}$ y la ecuación sería (x + 3)^2 + (y – 2)^2 = 2. Por otro lado la ecuación de una circunferencia es (x – a)^2 + (y – b)^2 = r^2 ; desarrollando: x^2 + a^2 -2ax + y^2 + b^2 – 2by – r^2 = 0 :
Identificando términos : - 2a = -4 , a = 2 ; --2b = 6 , b = -3 ; a^2 + b^2 – r^2 = 8 ; 13 – r^2 = 8 de donde r = $\sqrt{5}$ y la respuesta es no.

EJERCICIO 6

a) **PARALELAS**

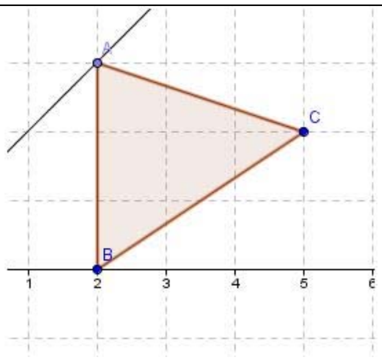
$$\frac{m}{2} = \frac{3}{m+1}$$

m(m + 1) = 6 → m^2 + m – 6 = 0
Resolviendo ecuación de 2 grado
m = 3, -2

b) **PERPENDICULARES**

2m + 3(m + 1) = 0
2m + 3m + 3 = 0
m = $\frac{-3}{5}$

EJERCICIO 7



Para que el triángulo sea isósceles con el lado BC desigual, el lado BA y el CA han de ser iguales. Por otro lado, A está sobre y = x + 1, luego A = (a, a+ 1)

$$\overrightarrow{BA} = A - B = (a, a+1) - (2,0) = (a-2, a+1)$$
$$\overrightarrow{CA} = A - C = (a, a+1) - (5,2) = (a-5, a-1)$$
$$|\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{CA}|$$
$$\sqrt{(a-2)^2 + (a+1)^2} = \sqrt{(a-5)^2 + (a-1)^2}$$

Elevando al cuadrado ambos lados y desarrollando :
a^2 + 4 – 4a + a^2 + 1 + 2a = a^2 + 25 – 10a +a^2 + 1 – 2a
5 – 2a = 26 – 12a → 10a = 21 → a = 2.1
El punto A es (2.1 , 3.1)