



NÚMEROS COMPLEJOS

EJERCICIOS RESUELTOS

I) Efectúa la siguiente operación y simplifica: $\frac{(1 + 3i)(1 + 2i)}{1 + i}$

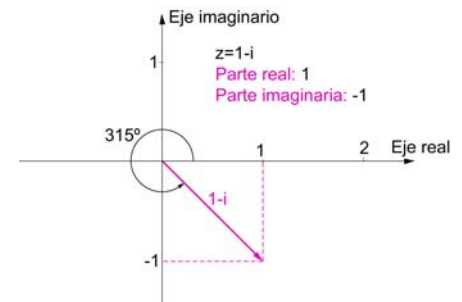
Solución

$$\begin{aligned} \frac{(1 + 3i)(1 + 2i)}{1 + i} &= \frac{1 + 2i + 3i + 6i^2}{1 + i} = \frac{-5 + 5i}{1 + i} = \left(\frac{-5 + 5i}{1 + i}\right) \cdot \left(\frac{1 - i}{1 - i}\right) = \\ &= \frac{-5 + 5i + 5i - 5i^2}{2} = \frac{10i}{2} = 5i \end{aligned}$$

II) Calcula: $\sqrt[3]{1 - i}$

Solución

$$\sqrt[3]{1 - i} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \\ \alpha = \operatorname{arctg} \frac{-1}{1} = \operatorname{arctg}(-1) = 315^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[3]{(\sqrt{2})}_{315^\circ}$$



$$\sqrt[3]{(\sqrt{2})}_{315^\circ} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R = \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2} \\ \beta = \begin{cases} \beta_1 = \frac{315^\circ + 360^\circ \cdot 0}{3} = 105^\circ \\ \beta_2 = \frac{315^\circ + 360^\circ \cdot 1}{3} = 225^\circ \\ \beta_3 = \frac{315^\circ + 360^\circ \cdot 2}{3} = 345^\circ \end{cases} \end{array} \right\} \rightarrow \sqrt[3]{1 - i} = \begin{cases} z_1 = (\sqrt[6]{2})_{105^\circ} \\ z_2 = (\sqrt[6]{2})_{225^\circ} \\ z_3 = (\sqrt[6]{2})_{345^\circ} \end{cases}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

III) Escribe en forma polar:

a) $1 + \sqrt{3}i$

d) $-1 - \sqrt{3}i$

g) $2i$

b) $-1 + \sqrt{3}i$

e) $3\sqrt{3} + 3i$

h) -4

c) $1 - \sqrt{3}i$

f) $-3\sqrt{3} - 3i$

i) $-3i$



XVIII) Calcular: $(-2 + 2i)^{64}$.

XIX) Calcular el conjugado del opuesto de: a) $(1 - 2i)^3$; b) $\frac{25}{3 + 4i}$; c) $\left(\frac{2 + i}{1 - 2i}\right)^2$

XX) Determina x para que el producto $(3+2i) \cdot (6+xi)$ sea:

- a) un número real,
- b) un número imaginario puro.

XXI) Determina los números reales x e y para que se cumpla: $\frac{x + 2i}{1 - i} + yi = 1$

XXII) Determina a para que el complejo $\frac{4 + ai}{1 - i}$ sea:

- a) un número real,
- b) un número imaginario puro.

XXIII) Resuelve las ecuaciones siguientes en el campo complejo. En todos los casos z es un número complejo: despéjalo y calcula su valor.

a) $(2 - 2i) \cdot z = 10 - 2i$

b) $\frac{z}{3 + i} = 2 - i$

c) $\frac{z}{3 + 4i} + \frac{2z + 5i}{1 - 2i} = 2 + 2i$

d) $\frac{z}{-z} + \frac{2z - 2i}{1 - i} = 3 - 2i$

XXIV) El cociente de dos números complejos es $1/2$ y el dividendo es el cuadrado del divisor. Calcula sus módulos y sus argumentos.

XXV) El producto de dos números complejos es -27 . Hallarlos sabiendo que uno de ellos es el cuadrado del otro.

XXVI) El producto de dos números complejos es -2 y el cubo de uno de ellos dividido por el otro es $1/2$. Calcula sus módulos y sus argumentos.

