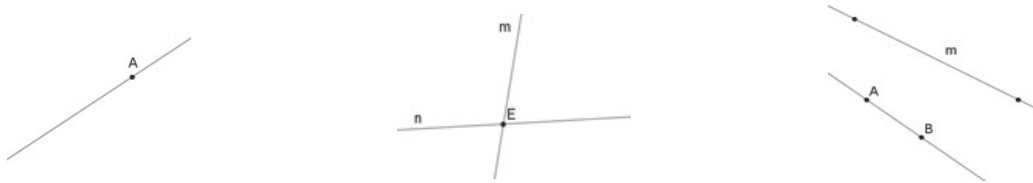


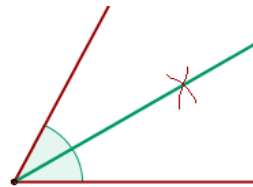
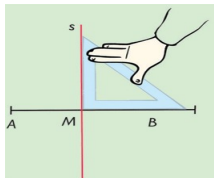
## “Rectas y Ángulos”

### 1. Concepto de recta y de ángulo. Tipos de rectas y ángulos.

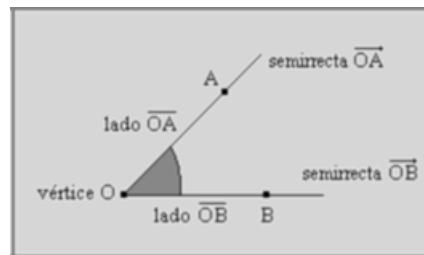
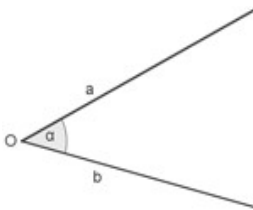
Una **recta** es una línea (de puntos) que no tiene ni principio ni final. Un punto divide a una recta en 2 **semirrectas**. Dos rectas siempre se cortan en un punto. Un **segmento** es la parte de una recta que se encuentra entre 2 puntos. (por ejemplo el tramo comprendido entre A y B, o bien el segmento m)



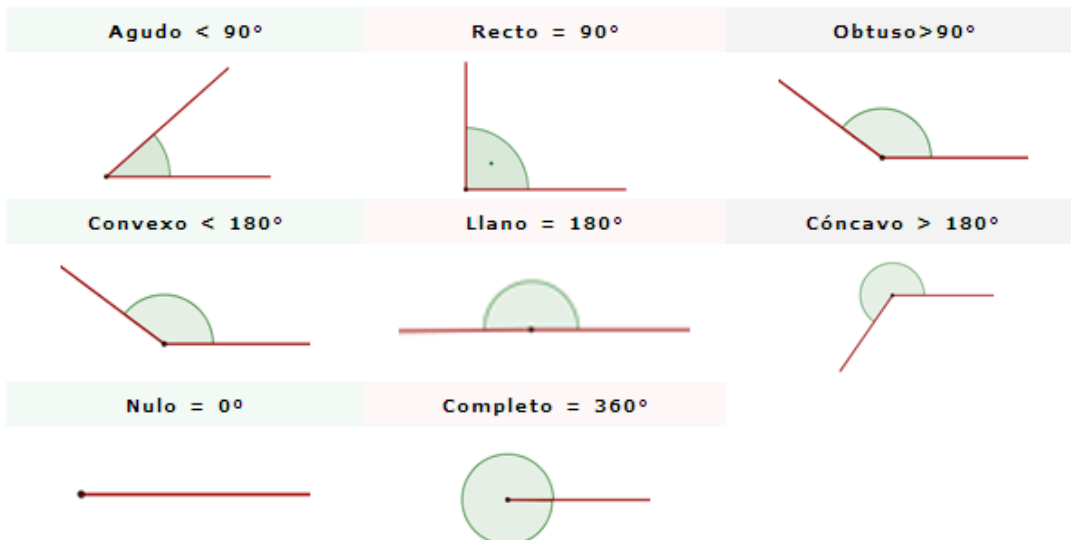
La **mediatriz** de un segmento AB es una recta perpendicular al propio segmento AB y que pasa por su punto medio. La **bisectriz** de un ángulo es la recta que pasando por el vértice divide al ángulo en dos partes iguales.



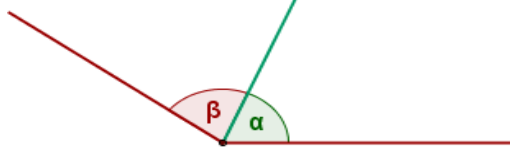
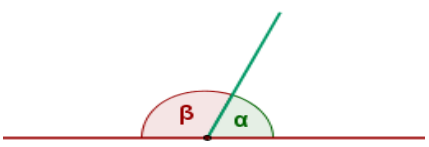
Un **ángulo** es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común. A las semirrectas se las llama lados y al origen común vértice, y se suelen designar con letras mayúsculas y una especie de arco encima (AOB)



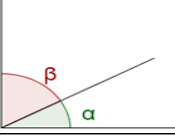
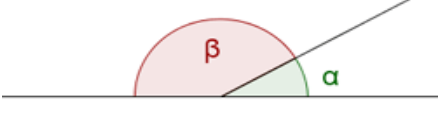
Según su medida los ángulos se clasifican en: **agudos** (menores de  $90^\circ$ ), **rectos** (iguales a  $90^\circ$ ), **obtusos** (mayores de  $90^\circ$ ), **convexos** (mas pequeños que un ángulo llano), **llanos** (iguales a  $180^\circ$ ), **cóncavos** (mayores que un ángulo llano), **nulos** (su valor es  $0^\circ$ ) y **completos** (su valor es  $360^\circ$ ).



Según su posición los ángulos pueden ser:

	
<b>Ángulos consecutivos:</b> Son aquellos que tienen el vértice y un lado común.	<b>Ángulos adyacentes:</b> Son aquellos que tienen el vértice y un lado común, y los otros lados situados uno en prolongación del otro. La suma de dos ángulos adyacentes da lugar a un ángulo llano.

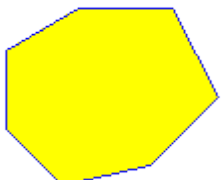
Según su suma:

	
<b>Ángulos complementarios:</b> Dos ángulos son complementarios si suman $90^\circ$ .	<b>Ángulos suplementarios:</b> Dos ángulos son suplementarios si suman $180^\circ$ .

## 2. Ángulos en los polígonos

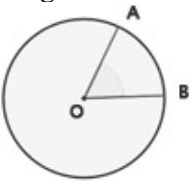
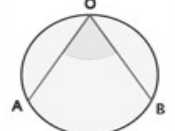
“La suma de los ángulos de un polígono de  $n$  lados es el resultado de multiplicar 180 por el número de lados menos dos (que resulta ser el número mínimo de triángulos en los que puede dividirse un polígono)”.

POLÍGONO	n	SUMA ÁNGULOS
Triángulo	3	180
Cuadrilátero	4	$180 \cdot 2 = 360$
Pentágono	5	$180 \cdot 3 = 540$
Polígono	n	$180 \cdot (n-2)$
<b>La suma de los ángulos de un polígono de <math>n</math> lados es <math>180 \cdot (n-2)</math></b>		

$\text{Suma de los ángulos de un polígono} = \text{Número de triángulos} \cdot 180^\circ$	
---	--

Según lo anterior un polígono de  $n$  lados puede descomponerse en  $n-2$  triángulos. Si la suma de sus ángulos es  $(n - 2) \times 180$  entonces cada ángulo del polígono regular mide  $\alpha = (n - 2) \cdot 180 / n$

## 3. Ángulos en la circunferencia.

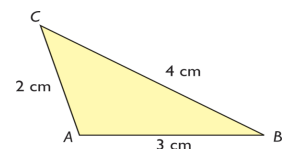
<p><b>Ángulo central</b></p> 	<p>El ángulo central tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son dos radios. La medida de un arco es la de su ángulo central correspondiente.</p>	$\widehat{AOB} = \widehat{AB}$
<p><b>Ángulo inscrito</b></p> 	<p>El ángulo inscrito tiene su vértice en la circunferencia y sus lados son secantes a ella. Mide la mitad del arco que abarca.</p>	$\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$

## “Figuras planas.”

### 1. Triángulos. Puntos notables de un triángulo

El **triángulo** es el polígono de tres lados. La medida de los lados y los ángulos de un triángulo ha de cumplir ciertas condiciones.

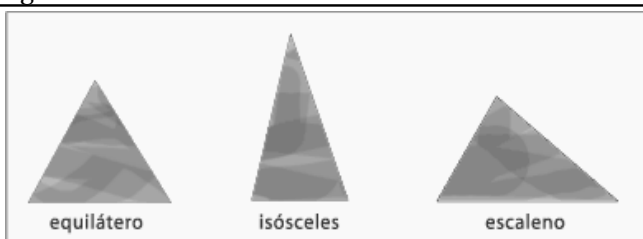
- El lado mayor es menor que la suma de los otros dos:  
 $4\text{ cm} < 2\text{ cm} + 3\text{ cm}$ , es decir,  $a < b + c$
- El lado menor es mayor que la diferencia de los otros dos:  
 $2\text{ cm} > 4\text{ cm} - 3\text{ cm}$ , es decir,  $b > a - c$



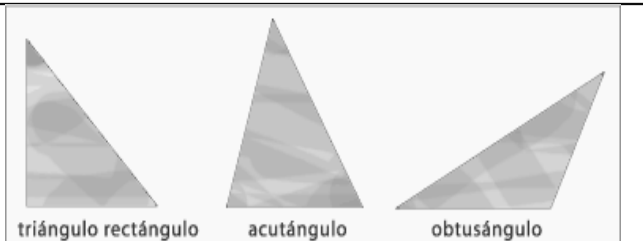
### Clasificación de los triángulos

Se clasifican así: atendiendo a sus lados y a sus ángulos.

- 1) Atendiendo a sus lados, son:
- Equiláteros:** Son los que tienen sus 3 lados iguales.
  - Isósceles:** Son los que tienen dos lados iguales.
  - Escaleno:** Son los que sus 3 lados desiguales.



- 2) Atendiendo a sus ángulos, son:
- Rectángulos:** Son los que tienen un ángulo recto ( $90^\circ$ ).
  - Acutángulos:** Son los que tienen sus 3 ángulos agudos.
  - Obtusángulos:** Son los que tienen un ángulo obtuso.

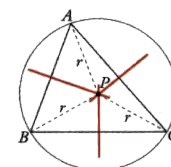
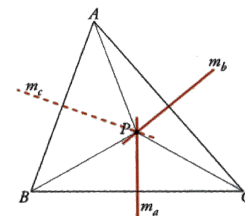


### Rectas y puntos notables de un triángulo

#### Mediatriz, Circuncentro y Circunferencia circunscrita

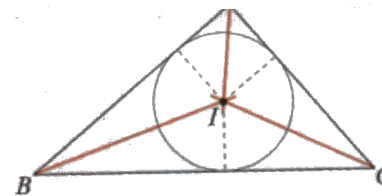
- La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular a su punto medio.
- En un triángulo la mediatriz es la recta perpendicular al punto medio de cada lado.
- Las medianas de un triángulo coinciden en un punto llamado **circuncentro**.

El circuncentro equidista de los tres vértices del triángulo. Por tanto, es el centro de la **circunferencia circunscrita**



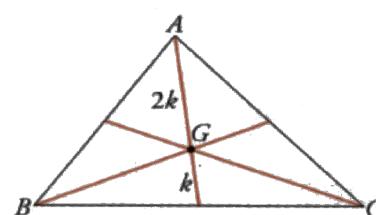
#### Bisectriz, Incentro y Circunferencia inscrita

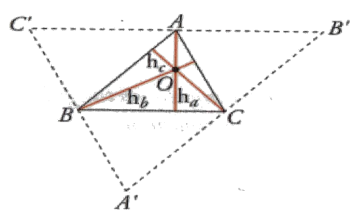
- Se llama **bisectriz** de un ángulo a la semirrecta que divide el ángulo en dos partes iguales.
- Las bisectrices de un triángulo coinciden en un punto llamado **incentro**.
- El incentro equidista de los tres lados del triángulo. Por tanto, es el centro de la **circunferencia inscrita**.



#### Medianas y Baricentro

- Se llama **mediana** de un triángulo al segmento que une cada vértice con punto medio del lado opuesto.
- Las medianas de un triángulo coinciden en un punto llamado **baricentro**.
- La distancia del baricentro a cada vértice es doble que al punto medio del correspondiente lado opuesto.



<p><b>Alturas y ortocentro</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Se define <b>altura</b> de un triángulo como al segmento perpendicular que va desde el vértice hasta el lado opuesto.</li> <li>○ Las alturas de un triángulo se cortan en un punto llamado <b>ortocentro</b>.</li> <li>○ Las alturas ABC coinciden con las mediatrices de <math>A'B'C'</math>.</li> <li>○ <math>A'B'C'</math> se obtiene al trazar por cada vértice de ABC la paralela al lado opuesto.</li> </ul>	
--	--



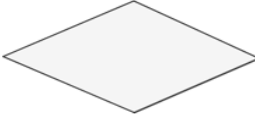

**2. Cuadriláteros.**



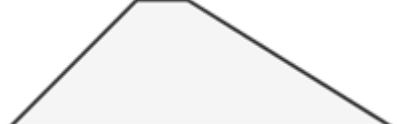

Los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados. La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es igual a  $360^\circ$ . Todos los cuadriláteros tienen dos diagonales

Se clasifican en:

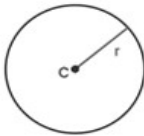
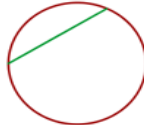
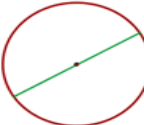
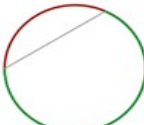
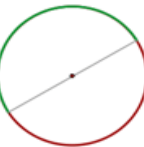
**Paralelogramos:** Sus lados opuestos son paralelos y sus diagonales

**No paralelogramos:** Sus lados opuestos no son paralelos.

CUADRILATEROS PALELOGRAMOS	
<p><b>Cuadrado</b>                      Todos los lados son iguales                      Los ángulos son rectos                      Las diagonales son perpendiculares                      Tiene cuatro ejes de simetrías.</p>	
<p><b>Rectángulo</b>                      Tiene lados iguales dos a dos y los 4 ángulos rectos.                      Las diagonales son perpendiculares.                      Los ángulos son de <math>90^\circ</math>.                      Tiene dos ejes de simetría.</p>	
<p><b>Rombo</b>                      Tiene los cuatro lados iguales.                      Las diagonales son perpendiculares                      Los ángulos son distintos de <math>90^\circ</math>.                      Tiene dos ejes de simetría</p>	
<p><b>Romboide</b>                      Tiene lados iguales dos a dos.                      Los ángulos son distintos de <math>90^\circ</math>.                      No tiene ejes de simetría.</p>	

CUADRILATEROS NO PALELOGRAMOS		
<p><b>Trapezios</b>                      Cuadriláteros que tienen dos lados paralelos, llamados <b>base mayor</b> y <b>base menor</b>.                       La recta perpendicular entre las dos bases es la <b>altura</b>.</p>	<p><b>Trapezio rectángulo</b>                      Tiene un ángulo recto.</p>	
	<p><b>Trapezio isósceles</b>                      Tiene dos lados no paralelos iguales.</p>	
	<p><b>Trapezio escaleno</b>                      No tiene ningún lado igual ni ángulo recto.</p>	
<p><b>Trapezoides</b>                      Cuadriláteros que no tiene ningún lado igual ni paralelo.</p>		

### 3. Circunferencia.

<b>Definición de circunferencia</b>	
Es una <b>línea curva cerrada</b> cuyos <b>puntos</b> están todos a la <b>misma distancia</b> de un punto fijo llamado <b>centro</b> . <u>Centro de la circunferencia</u> <b>Punto</b> del que <b>equidistan</b> todos los <b>puntos</b> de la <b>circunferencia</b> . <u>Radio de la circunferencia</u> <b>Segmento</b> que une el <b>centro</b> de la <b>circunferencia</b> con un <b>punto</b> cualquiera de la misma.	
<b>Partes de la circunferencia</b>	
<b>Cuerda</b> Segmento que une dos puntos de la circunferencia.	
<b>Diámetro</b> Cuerda que pasa por el centro de la circunferencia.	
<b>Arco</b> Cada una de las <b>partes</b> en que una <b>cuerda</b> divide a la <b>circunferencia</b> . Se suele asociar a cada cuerda el menor arco que delimita.	
<b>Semicircunferencia</b> Cada uno de los <b>arcos iguales</b> que abarca un <b>diámetro</b> .	

#### Figuras circulares

**Círculo** Es la figura plana comprendida en el interior de una circunferencia.

**Segmento circular** Porción de círculo limitada por una cuerda y el arco correspondiente.

**Semicírculo** Porción del círculo limitada por un diámetro y el arco correspondiente.

**Zona circular** Porción de círculo limitada por dos cuerdas.

**Sector circular** Porción de círculo limitada por dos radios.

**Corona circular** Porción de círculo limitada por dos círculos concéntricos.

**Trapezio circular** Porción de círculo limitada por dos radios y una corona circular.

### 4. Polígonos.

Un **polígono** es una figura plana limitada por segmentos.

Los **elementos de un polígono** son:

- Los **ángulos**.- son las regiones que forman los lados al cortarse (Pueden ser interiores o exteriores: suplementarios a los interiores)
- Los **lados** son los segmentos que limitan al polígono. (La suma de las longitudes de los lados se llama **perímetro**.)
- Los **vértices** son los puntos donde se cortan los lados.
- Las **diagonales** son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.

**Clasificación de los polígonos:**

- Según el número de lados: triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágonos, ...
- Según los ángulos: **cóncavos** (un ángulo mayor que 180º) y **convexos** (todos menores a 180º)
- Según los lados y los ángulos sean iguales o no: regulares (todos iguales) e irregulares.

**Polígonos regulares.**

Un polígono regular es el que tiene sus ángulos iguales y sus lados iguales.

<b>Elementos de un polígono regular</b>	
<p><b>Centro (C).</b> Punto interior que equidista de cada vértice  <b>Radio (r).</b> Es el segmento que va del centro a cada vértice.  <b>Apotema (a).</b> Distancia del centro al punto medio de un lado.</p>	
<b>Clases de ángulos de un polígono regular</b>	
<p><b>Ángulo central de un polígono regular</b>                      Es el formado por dos radios consecutivos.                      Si n es el número de lados de un polígono:                      Ángulo central = <math>360^\circ : n</math>                      Ángulo central del pentágono regular = <math>360^\circ : 5 = 72^\circ</math></p> <p><b>Ángulo interior de un polígono regular</b>                      Es el formado por dos lados consecutivos.                      Ángulo interior = <math>180^\circ - \text{Ángulo central}</math>                      Ángulo interior del pentágono regular = <math>180^\circ - 72^\circ = 108^\circ</math></p> <p><b>Ángulo exterior de un polígono regular</b>                      Es el formado por un lado y la prolongación de un lado consecutivo.                      Los ángulos exteriores e interiores son suplementarios, es decir, que suman <math>180^\circ</math>.                      Ángulo exterior = Ángulo central                      Ángulo exterior del pentágono regular = <math>72^\circ</math></p>	

En los **polígonos convexos se cumplen:**

- **El número de diagonales de un polígono convexo de n lados es  $n \cdot (n-3) / 2$**
- Si desde un vértice de un polígono convexo de n lados trazamos todas las diagonales posibles, obtenemos n-2 triángulos. Los ángulos de cada triángulo suman  $180^\circ$ , luego **la suma de todos los ángulos interiores de un polígono de n lados es igual a  $180 \cdot (n-2)$**
- En particular, para un polígono regular, el ángulo interior será  $(n-2) \cdot 180$
- Un polígono regular de n lados tiene n ángulos centrales, todos iguales, de amplitud  $360/n$

<b>Polígonos y circunferencias</b>	
<p><b>Circunferencia circunscrita</b>                      Es la que toca a cada vértice del polígono                      Su centro equidista de todos los vértices.                      Un polígono está inscrito en una circunferencia si todos sus vértices están contenidos en ella.                      Su radio es el radio del polígono.</p>	
<p><b>Circunferencia inscrita</b>                      Es la que toca al polígono en el punto medio de cada lado.                      Su centro equidista de todos los lados.                      Su radio es la <b>apotema</b> del polígono.</p>	

