EJERCICIOS RESUELTOS CÓNICAS

1. Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a F'(-4,0) y F(4,0) es 6.

* Hipérbola

$F'(-4,0) \quad F(4,0) \qquad 2a=6 \Rightarrow a=\frac{6}{2}=\boxed{3}$

$\boxed{c=4}$

$c^2=a^2+b^2 \Rightarrow b^2=c^2-a^2=16-9=7.$

Ecuación

$$\boxed{\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1}$$

2. Representa la cónica $y^2-4y-6x-5=0$ con todos sus elementos.

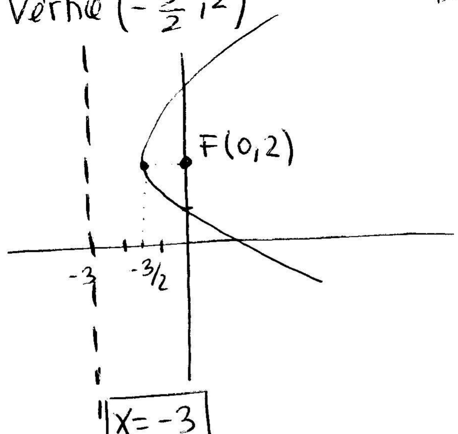
* $y^2-4y-6x-5=0$ Es una parábola

$y^2-4y=(y-2)^2-4 \Rightarrow (y-2)^2-4-6x-5=0$

$(y-2)^2=6x+9$

$$\boxed{(y-2)^2=6\left(x+\frac{3}{2}\right)}$$

Vértice $\left(-\frac{3}{2},2\right)$



$\boxed{x=-3}$

$2p=6 \Rightarrow p=3$

$p/2=3/2$

directriz:

$x=-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=\frac{-6}{2}=-3$

3. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(1,0), B(3,-2) y C(1,-4).

* $A(1,0)$

$B(3,-2)$

$C(1,-4)$

Ecuación de la circunferencia:

$$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$$

$$\left.\begin{array}{l} A(1,0) \rightarrow 1+D+F=0 \\ B(3,-2) \rightarrow 9+4+3D-2E+F=0 \\ C(1,-4) \rightarrow 1+16+D-4E+F=0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{rrrl} D & & +F & =-1 \\ 3D & -2E & +F & =-13 \\ D & -4E & +F & =-17 \end{array}\right\} \text{II}-2\text{III} \quad \left.\begin{array}{rrrl} D & & +F & =-1 \\ D & & -F & =21 \\ D & -4E & +F & =-17 \end{array}\right\}$$

$$\text{I}+\text{II} \quad \left.\begin{array}{rl} 2D & =20 \\ D \quad -F & =21 \\ D-4E+F & =-17 \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{D=10} \quad \boxed{F=-11} \quad \boxed{E=4}$$

Circunferencia:

$$\boxed{x^2+y^2+10x+4y-11=0}$$

4. Dada la cónica $9x^2 + 25y^2 - 36x + 150y + 36 = 0$, se pide:

   a. Identifica la cónica y defínela.

   b. Dibújala, indicando todos sus elementos.

* $9x^2 + 25y^2 - 36x + 150y + 36 = 0$

a) Elipse: lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.

b) $9x^2 - 36x = 9(x^2 - 4x) = 9[(x-2)^2 - 4]$

$25y^2 + 150y = 25(y^2 + 6y) = 25[(y+3)^2 - 9]$

$9(x-2)^2 - 36 + 25(y+3)^2 - 225 + 36 = 0$

$9(x-2)^2 + 25(y+3)^2 = 225$

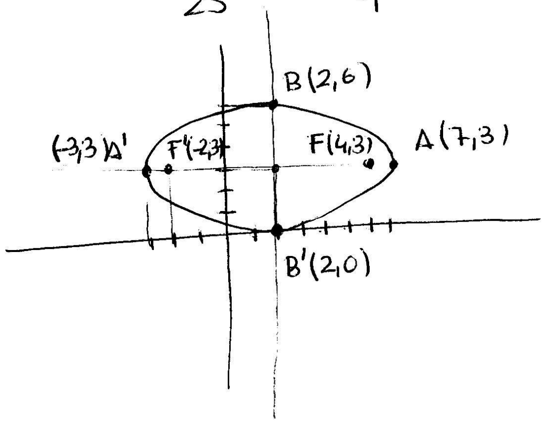
$$\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1.$$

$a = 5$

$b = 3$

$c = \sqrt{25-9} = 4$

$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$



5. Halla el eje radical de las circunferencias siguientes y di cuál es su posición relativa

$$
\begin{array}{r}
* \quad x^2+y^2-4x-12y+15=0 \\
x^2+y^2+2x-12y+33=0 \\
\hline
6x+18=0
\end{array}
$$

$\boxed{x=-3}$ EJE RADICAL

Posición relativa de las circunferencias:

$x^2+y^2-4x-12y+15=0$

$$
\left.\begin{array}{l}
x^2-4x=(x-2)^2-4 \\
y^2-12y=(y-6)^2-36
\end{array}\right\} \quad (x-2)^2+(y-6)^2=25
$$

$$\boxed{\begin{array}{c} C_1(2,6) \\ r_1=5 \end{array}}$$

$x^2+y^2+2x-12y+33=0$

$$
\left.\begin{array}{l}
x^2+2x=(x+1)^2-1 \\
y^2-12y=(y-6)^2-36
\end{array}\right\} \quad (x+1)^2+(y-6)^2=4
$$

$$\boxed{\begin{array}{c} C_2(-1,6) \\ r_2=2 \end{array}}$$

$$
\left.\begin{array}{l}
d(C_1,C_2)=\sqrt{3^2+0^2}=\boxed{3} \\
r_1-r_2=5-2=\boxed{3}
\end{array}\right\} \quad \text{SON TANGENTES INTERIORES.}
$$