

RESUMEN DE LA TEORÍA

Derivada en un punto:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Función derivada:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Principales derivadas:

$f(x) = k$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \cdot \ln a$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \frac{1}{x} \cdot \log_a e = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln a}$
$f(x) = \operatorname{sen} x$	$f'(x) = \operatorname{cos} x$
$f(x) = \operatorname{cos} x$	$f'(x) = -\operatorname{sen} x$
$f(x) = \operatorname{tg} x$	$f'(x) = \frac{1}{\operatorname{cos}^2 x} = \operatorname{tg}^2 x + 1$
$f(x) = \operatorname{arcsen} x$	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x) = \operatorname{arccos} x$	$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$f(x) = \operatorname{arctg} x$	$f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

Propiedades:

$$(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(k \cdot f)(x) = k \cdot f'(x)$$

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$(f \circ g)'(x) = (f' \circ g)(x) \cdot g'(x)$$

A esta última propiedad se le conoce como regla de la cadena

EJERCICIOS Y PROBLEMAS RESUELTOS

Ejercicio 1:

Calcula aplicando la definición de derivada $f'(2)$, siendo $f(x) = 3x^2$

Solución:

En este caso la fórmula es: $f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$

Como:

$$f(2+h) = 3 \cdot (2+h)^2 = 3 \cdot (4 + 4h + h^2) = 12 + 12h + 3h^2$$

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$$

Por tanto:

$$f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(12 + 12h + 3h^2) - 12}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{12h + 3h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 12 + 3h = 12 + 3 \cdot 0 = 12$$

Ejercicio 2:

Calcula aplicando la definición de derivada $f'(3)$, siendo $f(x) = \sqrt{x+1}$

Solución:

En este caso la fórmula es: $f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$

Como:

$$f(3+h) = \sqrt{3+h+1} = \sqrt{4+h}$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+h} - 2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{4+h} - 2) \cdot (\sqrt{4+h} + 2)}{h \cdot (\sqrt{4+h} + 2)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4+h-4}{h \cdot (\sqrt{4+h} + 2)} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h \cdot (\sqrt{4+h} + 2)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{4+h} + 2} = \frac{1}{\sqrt{4+0} + 2} = \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Ejercicio 3:

Calcula aplicando la definición de derivada $f'(1)$, siendo $f(x) = \frac{1}{x}$

Solución:

En este caso la fórmula es: $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$

Como:

$$f(1+h) = \frac{1}{1+h}$$

$$f(1) = \frac{1}{1} = 1$$

Por tanto:

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+h} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+h} - \frac{1+h}{1+h}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h \cdot (1+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{1+h} = \frac{-1}{1+0} = -1$$

Ejercicio 4:

Calcular, aplicando la definición, la función derivada de $f(x) = x^3$

Solución:

Como:

$$f(x+h) = (x+h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3x^2 + 3xh + h^2)}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) = 3x^2 + 3x \cdot 0 + 0^2 = 3x^2 \end{aligned}$$

Ejercicio 5:

Calcular, aplicando la definición, la función derivada de $f(x) = x^2 + 5x$

Solución:

Como:

$$f(x+h) = (x+h)^2 + 5(x+h) = x^2 + 2xh + h^2 + 5x + 5h$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 5x + 5h - (x^2 + 5x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 5x + 5h - x^2 - 5x}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + 5h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2x + h + 5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h + 5) = 2x + 0 + 5 = 2x + 5 \end{aligned}$$

Ejercicio 6:

Comprueba, aplicando la definición, que si $f(x) = \ln x$, entonces $f'(x) = \frac{1}{x}$

Solución:

Como:

$$f(x+h) = \ln(x+h)$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln \frac{x+h}{x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln \left(1 + \frac{h}{x}\right)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \ln \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{-h} = \\ &= \ln \lim_{h \rightarrow 0} \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{-h} \end{aligned}$$

Ahora bien:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{-h} = e^{\frac{1}{x}}$$

Luego:

$$f'(x) = \ln \lim_{h \rightarrow 0} \left(1 + \frac{h}{x}\right)^{-h} = \ln e^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}$$

Calcular la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = x^5$$

$$f'(x) = 5x^4$$

$$f(x) = 11$$

$$f'(x) = 0$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$\text{Como } f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$\text{Como } f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} \Rightarrow f'(x) = -1x^{-2} = \frac{-1}{x^2}$$

$$f(x) = 5x^3$$

$$f'(x) = 5 \cdot 3x^2 = 15x^2$$

$$f(x) = \frac{1}{x^4}$$

$$\text{Como } f(x) = \frac{1}{x^4} = x^{-4} \Rightarrow f'(x) = -4x^{-5} = \frac{-4}{x^5}$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x}$$

$$\text{Como } f(x) = \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$$

$$f(x) = \sqrt[5]{x^3}$$

$$\text{Como } f(x) = \sqrt[5]{x^3} = x^{\frac{3}{5}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}} = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$$

$$f(x) = 2x^3 - 5x$$

$$f'(x) = 2 \cdot 3x^2 - 5 \cdot 1 = 6x^2 - 5$$

$$f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x$$

$$f'(x) = 5x^4 - 3 \cdot 4x^3 + 2 \cdot 1 = 5x^4 - 12x^3 + 2$$

$$f(x) = 5x + \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 5 \cdot 1 + (-1)x^{-2} = 5 - \frac{1}{x^2}$$

$$f(x) = \sqrt{x} + 2x^4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 8x^3$$

$$f(x) = x^7 + x^{-7}$$

$$f'(x) = 7x^6 - 7x^{-8}$$

$$f(x) = 2x^4 - \frac{7}{x^3}$$

$$f'(x) = 2 \cdot 4x^3 - 7(-3)x^{-4} = 8x^3 + \frac{21}{x^4}$$

$$f(x) = \sqrt{10} + 3x^7$$

$$f'(x) = 0 + 3 \cdot 7x^6 = 21x^6$$

$$f(x) = 5x^6 - 3\sqrt{x} + 2\sqrt[3]{x^2}$$

$$f'(x) = 30x^5 - \frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{4}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$f(x) = \sqrt{x\sqrt{x}}$$

Como $f(x) = \sqrt{x\sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt{x^2x}} = \sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{3}{4}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

Calcular la derivada de las siguientes funciones utilizando las reglas del producto y la división:

$$f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + x^3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + \frac{x^3}{2\sqrt{x}} = \frac{3x^2 \cdot 2x + x^3}{2\sqrt{x}} = \frac{6x^3 + x^3}{2\sqrt{x}} = \frac{7x^3}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}} = \frac{7}{2}\sqrt{x^5}$$

NOTA: Esta derivada y todas las del producto se pueden hacer también operando primero la función (pero el problema nos pide utilizar la fórmula del producto): $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x} = x^3 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}} = \frac{7}{2}\sqrt{x^5}$

$$f(x) = x \cdot \sqrt[5]{x^3}$$

$$f'(x) = 1 \cdot \sqrt[5]{x^3} + x \cdot \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}} = \sqrt[5]{x^3} + \frac{3x}{5\sqrt[5]{x^2}}$$

$$f(x) = x^2 \cdot (3x - 2)$$

$$f'(x) = 2x \cdot (3x - 2) + x^2 \cdot 3 = 6x^2 - 4x + 3x^2 = 9x^2 - 4x$$

$$f(x) = (x^2 + 2x) \cdot \sqrt{x}$$

$$f'(x) = (2x + 2) \cdot \sqrt{x} + (x^2 + 2x) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = (2x + 2) \cdot \sqrt{x} + \frac{(x^2 + 2x)}{2\sqrt{x}} = \frac{(2x + 2)2x + (x^2 + 2x)}{2\sqrt{x}} = \frac{5x^2 + 6x}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = x^8 \cdot \sqrt[8]{x}$$

$$f'(x) = 8x^7 \cdot \sqrt[8]{x} + x^8 \cdot \frac{1}{8\sqrt[8]{x^7}} = 8x^7 \cdot \sqrt[8]{x} + \frac{x^8}{8\sqrt[8]{x^7}} = \frac{8x^7 \cdot 8x + x^8}{8\sqrt[8]{x^7}} = \frac{65x^8}{8\sqrt[8]{x^7}}$$

$$f(x) = 3x^4 \cdot (1 - x)$$

$$f'(x) = 12x^3 \cdot (1 - x) + 3x^4 \cdot (-1) = 12x^3 - 12x^4 - 3x^4 = 12x^3 - 15x^4$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x^2 + 2x - 2x^3 + 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{4x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f(x) = \frac{4}{2x^3 - x}$$

$$f'(x) = \frac{-4(6x^2 - 1)}{(2x^3 - x)^2} = \frac{-24x^2 + 4}{(2x^3 - x)^2}$$

$$f(x) = \frac{3x + 4}{5 - 2x}$$

$$f'(x) = \frac{3(5 - 2x) - (3x + 4)(-2)}{(5 - 2x)^2} = \frac{15 - 6x + 6x + 8}{(5 - 2x)^2} = \frac{23}{(5 - 2x)^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{5x^2}$$

$$f'(x) = \frac{10x}{(5x^2)^2} = \frac{-2}{5x^3}$$

$$f(x) = \frac{2x}{x^5 + x^3}$$

$$f'(x) = \frac{2(x^5 + x^3) - 2x(5x^4 + 3x^2)}{(x^5 + x^3)^2} = \frac{2x^5 + 2x^3 - 10x^5 - 6x^3}{(x^5 + x^3)^2} = \frac{-8x^5 - 4x^3}{(x^5 + x^3)^2}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x + 3}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{2x + 3}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x} \cdot 2}{(2x + 3)^2} = \frac{\frac{2x + 3 - 4x}{2\sqrt{x}}}{(2x + 3)^2} = \frac{3 - 2x}{2\sqrt{x} \cdot (2x + 3)^2}$$

$$f(x) = \frac{4x^4 + 1}{2x^2 + 1}$$

$$f'(x) = \frac{16x^3(2x^2 + 1) - (4x^4 + 1)4x}{(2x^2 + 1)^2} = \frac{32x^5 + 16x^3 - 16x^5 - 4x}{(2x^2 + 1)^2} = \frac{16x^3 + 16x^3 - 4x}{(2x^2 + 1)^2}$$

$$f(x) = \frac{x^3 + x + 10}{x^2 + x + 1}$$

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 1)(x^2 + x + 1) - (x^3 + x + 10)(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2} = \frac{3x^4 + 3x^3 + 4x^2 + x + 1 - (x^4 + x^3 + 2x^2 + 21x + 10)}{(x^2 + x + 1)^2} = \frac{2x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 20x - 9}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$f(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{1-x}{1+x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1(1-x) - (1+x)(-1)}{(1-x)^2(1+x^2)^2} = \frac{2}{(1-x)^2(1+x^2)^2}$$

$$f(x) = \frac{1+x}{1-x} \cdot \frac{1-x}{1+x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot \frac{1-x}{1+x^2} - (1+x) \cdot \left(\frac{-1(1+x^2) - (1-x)2x}{(1+x^2)^2} \right)}{\left(\frac{1-x}{1+x^2} \right)^2} = \frac{\frac{1-x}{1+x^2} - \frac{(1+x) \cdot (x^2 - 2x - 1)}{(1+x^2)^2}}{\left(\frac{1-x}{1+x^2} \right)^2} = \frac{2(-x^3 + x^2 + x + 1)}{(1-x)^2}$$

Calcular la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = 4e^x$$

$$f'(x) = 4e^x$$

$$f(x) = e^x + 5$$

$$f'(x) = e^x$$

$$f(x) = 7^x$$

$$f'(x) = 7^x \cdot \ln 7$$

$$f(x) = 3 \cdot 8^x$$

$$f'(x) = 3 \cdot 8^x \cdot \ln 8$$

$$f(x) = \frac{2}{\ln x}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot \ln x - 2 \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2 x} = \frac{-2}{x \cdot \ln^2 x}$$

$$f(x) = \frac{3 \cdot \ln x}{5}$$

$$f'(x) = \frac{3}{5x}$$

$$f(x) = 4 \log x$$

$$f'(x) = \frac{4}{x} \cdot \log e$$

$$f(x) = \frac{\log_2 x}{5}$$

$$f'(x) = \frac{1}{5x} \cdot \log_2 e$$

$$f(x) = 2 \cdot \operatorname{sen} x$$

$$f'(x) = 2 \cdot \cos x$$

$$f(x) = \operatorname{sen} x + 6$$

$$f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = \frac{\cos x}{10}$$

$$f'(x) = \frac{-\operatorname{sen} x}{10}$$

$$f(x) = \cos x + x^2$$

$$f'(x) = -\operatorname{sen} x + 2x$$

$$f(x) = 6 \cdot \operatorname{tg} x$$

$$f'(x) = 6 \cdot (\operatorname{tg}^2 x + 1) = \frac{6}{\cos^2 x}$$

$$f(x) = \operatorname{tg} x + 2x^3$$

$$f'(x) = (\operatorname{tg}^2 x + 1) + 6x^2 = \frac{1}{\cos^2 x} + 6x^2$$

Calcular la derivada de las siguientes funciones utilizando las reglas del producto y la división:

$$f(x) = x^3 \cdot e^x$$

$$f'(x) = 3x^2 \cdot e^x + x^3 \cdot e^x$$

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(e^x - 1) - (e^x + 1)e^x}{(e^x - 1)^2} = \frac{-2e^x}{(e^x - 1)^2}$$

$$f(x) = e^x \cdot \ln x$$

$$f'(x) = e^x \cdot \ln x + \frac{e^x}{x}$$

$$f(x) = x \cdot \ln x$$

$$f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$$

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}$$

$$f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$$

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \cos x$$

$$f'(x) = (\operatorname{tg}^2 x + 1) \cdot \cos x - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{sen} x$$

Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$f(x) = (3x - 2)^2$$

$$f'(x) = 2(3x - 2) \cdot 3 = 6x(3x - 2) = 18x^2 - 12x$$

$$f(x) = (x^2 + 1)^3$$

$$f'(x) = 3(x^2 + 1)^2 \cdot 2x = 6x(x^2 + 1)^2$$

$$f(x) = \sqrt{x} \cdot (x^2 + x)^3$$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + x)^3}{2\sqrt{x}} + \sqrt{x} \cdot 3(x^2 + x)^2 (2x + 1)$$

$$f(x) = \frac{1}{(5x + 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{0 \cdot (5x + 2)^2 - 1 \cdot 2(5x + 2) \cdot 5}{(5x + 2)^4} = \frac{-10}{(5x + 2)^3}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)2(x^2 + 1)2x}{(x^2 + 1)^4} = \frac{2x(x^2 + 1) - (x^2 - 1)4x}{(x^2 + 1)^3} = \frac{2x^3 + 2x - 4x^3 + 4x}{(x^2 + 1)^3} = \frac{-2x^3 + 6x}{(x^2 + 1)^3}$$

$$f(x) = \ln e^x$$

$$f'(x) = \frac{1}{e^x} \cdot e^x = 1$$

$$f(x) = e^{\ln x}$$

$$f'(x) = e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{e^{\ln x}}{x}$$

$$f(x) = e^{5x} \cdot \ln x^2$$

$$f'(x) = 5e^{5x} \cdot \ln x^2 + e^{5x} \frac{2x}{x^2} = 5e^{5x} \cdot \ln x^2 + \frac{2e^{5x}}{x}$$

$$f(x) = \ln \frac{3x}{1+5x^2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{3x}{1+5x^2}} \cdot \frac{3(1+5x^2) - 3x \cdot 10x}{(1+5x^2)^2} = \frac{(1+5x^2) - 10x^2}{x(1+5x^2)}$$

$$f(x) = \operatorname{sen}(x \cdot \cos x)$$

$$f'(x) = \cos(x \cdot \cos x) \cdot (1 \cdot \cos x + x \cdot (-\operatorname{sen} x)) = \cos(x \cdot \cos x) \cdot (\cos x - x \cdot \operatorname{sen} x)$$

$$f(x) = \operatorname{sen} \cos x$$

$$\text{Como } f(x) = \operatorname{sen} \cos x = \operatorname{sen}(\cos x) \Rightarrow f'(x) = \cos \cos x (-\operatorname{sen} x)$$

$$f(x) = \operatorname{sen} x^2$$

$$f'(x) = \cos x^2 \cdot 2x$$

$$f(x) = \operatorname{sen}^2 x$$

$$\text{Como } f(x) = \operatorname{sen}^2 x = (\operatorname{sen} x)^2 \Rightarrow f'(x) = 2\operatorname{sen} x \cdot \cos x$$

$$f(x) = \operatorname{tg}^2 x^2$$

$$f'(x) = 2\operatorname{tg} x^2 \cdot (\operatorname{tg}^2 x^2 + 1)2x$$

$$f(x) = \operatorname{tg}(\operatorname{tg} x)$$

$$f'(x) = (\operatorname{tg}^2(\operatorname{tg} x) + 1)(\operatorname{tg}^2 x + 1)$$

$$f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)$$

$$\text{Como } f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$$

También se puede obtener:

$$f'(x) = \frac{1}{(\operatorname{tg} x)^2 + 1} \cdot (\operatorname{tg}^2 x + 1) = 1$$

$$f(x) = \operatorname{arctg} x^2 \cdot \operatorname{tg} x^3$$

$$f'(x) = \frac{2x}{x^4 + 1} \cdot \operatorname{tg} x^3 + \operatorname{arctg} x^2 \cdot (\operatorname{tg}^2 x^3 + 1)3x^2$$

$$f(x) = \ln \operatorname{sen} x^3$$

$$f'(x) = \frac{1}{\operatorname{sen} x^3} \cdot \cos x^3 \cdot 3x^2$$

$$f(x) = e^{(x^3-x)^2}$$

$$f'(x) = e^{(x^3-x)^2} \cdot 2(x^3-x) \cdot (3x^2-1)$$

$$f(x) = \ln^2 x^3$$

$$f'(x) = 2 \ln x^3 \cdot \frac{1}{x^3} \cdot 3x^2$$

$$f(x) = (e^{x^2+1} + 7)^2$$

$$f'(x) = 2(e^{x^2+1} + 1) \cdot e^{x^2+1} \cdot 2x$$

$$f(x) = \arctg \operatorname{sen} \cos \operatorname{tg} x$$

$$f'(x) = \frac{1}{(\operatorname{sen} \cos \operatorname{tg} x)^2 + 1} \cdot \cos \cos \operatorname{tg} x \cdot (-\operatorname{sen} \operatorname{tg} x) \cdot (\operatorname{tg}^2 x + 1)$$

$$f(x) = \ln \sqrt{\operatorname{sen} e^{x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{sen} e^{x^2}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\operatorname{sen} e^{x^2}}} \cdot \cos e^{x^2} \cdot e^{x^2} \cdot 2x = \frac{x e^{x^2} \cos e^{x^2}}{\operatorname{sen} e^{x^2}}$$

$$f(x) = \arctg \ln \operatorname{sen} e^{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{(\ln \operatorname{sen} e^{\sqrt{x}})^2 + 1} \cdot \frac{1}{\operatorname{sen} e^{\sqrt{x}}} \cdot \cos e^{\sqrt{x}} \cdot e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \operatorname{sen}^5 \cos^3 (4x^2 + 7)^2$$

$$f'(x) = (5 \operatorname{sen}^4 \cos^3 (4x^2 + 7)^2) \cdot (\cos \cos^3 (4x^2 + 7)^2) \cdot (3 \cos^2 (4x^2 + 7)^2) \cdot (-\operatorname{sen} (4x^2 + 7)^2) \cdot 2(4x^2 + 7) \cdot 8x$$

$$f(x) = 2 \cdot \operatorname{tg}^3 \ln^4 (x^6 + 7)^5$$

$$f'(x) = (6 \cdot \operatorname{tg}^2 \ln^4 (x^6 + 7)^5) \cdot (\operatorname{tg}^2 \ln^4 (x^6 + 7)^5 + 1) \cdot (4 \ln^3 (x^6 + 7)^5) \cdot \frac{1}{(x^6 + 7)^5} \cdot 5(x^6 + 7)^4 \cdot 6x^5$$

$$f(x) = \ln^3 \sqrt{\arctg^3 e^{\frac{(x^2+12x)^2}{\sqrt{1-x}}}}$$

$$f'(x) = \left(3 \ln^2 \sqrt{\arctg^3 e^{\frac{(x^2+12x)^2}{\sqrt{1-x}}}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\arctg^3 e^{\frac{(x^2+12x)^2}{\sqrt{1-x}}}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\arctg^3 e^{\frac{(x^2+12x)^2}{\sqrt{1-x}}}}} \cdot \left(3 \arctg^2 e^{\frac{(x^2+12x)^2}{\sqrt{1-x}}} \right) \cdot \frac{1}{\left(e^{\frac{(x^2+12x)^2}{\sqrt{1-x}}} \right)^2 + 1} \cdot e^{\frac{(x^2+12x)^2}{\sqrt{1-x}}}$$

$$\frac{2(x^2 + 12x)(2x + 12)\sqrt{1-x} - (x^2 + 12x)^2 \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}}{1-x}$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1) Calcular aplicando la definición, las siguientes derivadas en un punto:

1) $f(x) = 5$ en $x = 2$

3) $f(x) = x$ en $x = 3$

5) $f(x) = 1 - x$ en $x = 0$

7) $f(x) = 3x^2$ en $x = -2$

9) $f(x) = x^2 + 3$ en $x = 2$

11) $f(x) = x^2 + x$ en $x = -1$

13) $f(x) = x^2 + x + 1$ en $x = 1$

15) $f(x) = x^3$ en $x = 1$

17) $f(x) = x^3 + 3x$ en $x = -5$

19) $f(x) = \sqrt{x+5}$ en $x = 4$

21) $f(x) = \frac{1}{2x}$ en $x = 5$

2) $f(x) = -4$ en $x = 0$

4) $f(x) = 2x$ en $x = -1$

6) $f(x) = 7x - 4$ en $x = 3$

8) $f(x) = -5x^2$ en $x = 5$

10) $f(x) = 2x^2 - 7$ en $x = 6$

12) $f(x) = 3x - x^2$ en $x = 4$

14) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ en $x = 0$

16) $f(x) = -2x^3$ en $x = -1$

18) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 1$ en $x = 3$

20) $f(x) = \sqrt{2x}$ en $x = 8$

22) $f(x) = \frac{4}{x+1}$ en $x = 1$

2) Calcular, aplicando la definición, la función derivada de:

1) $f(x) = 8$

3) $f(x) = x + 4$

5) $f(x) = 8x$

7) $f(x) = 1 - x$

9) $f(x) = 4x^2$

11) $f(x) = x^2 + 3$

13) $f(x) = 3x^2 + 5$

15) $f(x) = 5x^2 + 2x$

17) $f(x) = -3x^2 - 2x$

19) $f(x) = 4x^2 + 3x - 2$

21) $f(x) = 2x^3$

23) $f(x) = 2x^3 + 1$

25) $f(x) = x^3 + 2x$

27) $f(x) = 2x^3 + x^2$

29) $f(x) = \sqrt{x+2}$

31) $f(x) = \frac{2}{x}$

33) $f(x) = \frac{1}{4x}$

2) $f(x) = -4$

4) $f(x) = 4x - 3$

6) $f(x) = -6x$

8) $f(x) = 3 - 2x$

10) $f(x) = -7x^2$

12) $f(x) = 1 - x^2$

14) $f(x) = -4x^2 - 3$

16) $f(x) = 9x^2 - 6x$

18) $f(x) = 2x^2 + 7x$

20) $f(x) = x^2 - 6x + 11$

22) $f(x) = -4x^3$

24) $f(x) = 3x^3 - 4$

26) $f(x) = 5x^3 - 7x$

28) $f(x) = -3x^3 + 2x^2$

30) $f(x) = \sqrt{x-1}$

32) $f(x) = \frac{-3}{x}$

34) $f(x) = \frac{3}{-5x}$

3) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = 2$

3) $f(x) = -5$

5) $f(x) = x^8$

7) $f(x) = x^{-4}$

9) $f(x) = x^{\frac{12}{5}}$

11) $f(x) = x^{-\frac{5}{9}}$

13) $f(x) = 7x$

15) $f(x) = 3x^6$

17) $f(x) = -2x^5$

19) $f(x) = 5x^{-2}$

21) $f(x) = -5x^{-5}$

23) $f(x) = 3x^{\frac{7}{4}}$

25) $f(x) = 6x^{-\frac{1}{2}}$

27) $f(x) = \frac{1}{x^5}$

29) $f(x) = \frac{4}{x^3}$

31) $f(x) = \frac{3}{5x^7}$

33) $f(x) = \frac{3}{x^{-6}}$

35) $f(x) = 12\sqrt{x}$

37) $f(x) = \frac{4\sqrt{x}}{3}$

39) $f(x) = \sqrt[9]{x}$

41) $f(x) = 5\sqrt[6]{x}$

43) $f(x) = \sqrt[7]{x^5}$

45) $f(x) = \sqrt[3]{x^8}$

47) $f(x) = 9\sqrt[8]{x^5}$

49) $f(x) = -4\sqrt[6]{x^5}$

51) $f(x) = \frac{12\sqrt[5]{x^{12}}}{5}$

53) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

55) $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{x}}$

57) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$

59) $f(x) = \frac{1}{9\sqrt[3]{x}}$

61) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x^7}}$

63) $f(x) = \frac{1}{4\sqrt[7]{x^2}}$

2) $f(x) = \pi$

4) $f(x) = \sqrt{12}$

6) $f(x) = x^{125}$

8) $f(x) = x^{-37}$

10) $f(x) = x^{\frac{3}{7}}$

12) $f(x) = x^{-\frac{7}{2}}$

14) $f(x) = -9x$

16) $f(x) = 5x^{11}$

18) $f(x) = -4x^7$

20) $f(x) = 8x^{-3}$

22) $f(x) = -4x^{-9}$

24) $f(x) = 5x^{\frac{2}{5}}$

26) $f(x) = -4x^{\frac{5}{8}}$

28) $f(x) = \frac{1}{x^6}$

30) $f(x) = \frac{-7}{x^7}$

32) $f(x) = \frac{-8}{11x^4}$

34) $f(x) = \frac{10}{x^{-5}}$

36) $f(x) = -6\sqrt{x}$

38) $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{5}$

40) $f(x) = \sqrt[14]{x}$

42) $f(x) = -3\sqrt[6]{x}$

44) $f(x) = \sqrt[12]{x^8}$

46) $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$

48) $f(x) = 5\sqrt[7]{x^{10}}$

50) $f(x) = -\sqrt[4]{x^3}$

52) $f(x) = \frac{-3\sqrt[3]{x^7}}{10}$

54) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x}}$

56) $f(x) = \frac{7}{11\sqrt{x}}$

58) $f(x) = \frac{5}{\sqrt[4]{x}}$

60) $f(x) = \frac{6}{7\sqrt[5]{x}}$

62) $f(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{x^4}}$

64) $f(x) = \frac{3}{5\sqrt[3]{x^5}}$

4) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = 3x - 4$

3) $f(x) = 4x^2 + 3x$

5) $f(x) = \frac{2}{5}x^3 + \frac{7}{3}x^2$

7) $f(x) = \frac{2x^6 - 5}{3}$

9) $f(x) = 5x^3 + 10x^2 - 6$

11) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - 4x^3 + \frac{7}{6}$

13) $f(x) = 2x^5 - x + \sqrt{2}$

15) $f(x) = \sqrt{3}x^4 + 2x^3 + 5$

17) $f(x) = x^3 + x^{-2}$

19) $f(x) = 2x^3 - 3x^{-4}$

21) $f(x) = 2x^{-3} + 7x^{-5}$

23) $f(x) = 5x^2 - \frac{1}{x}$

25) $f(x) = 5x^6 - \frac{1}{x^5}$

27) $f(x) = x^2 + x^{\frac{1}{2}}$

29) $f(x) = x^2 + x^{\frac{7}{2}}$

31) $f(x) = x^3 + x^{\frac{3}{8}}$

33) $f(x) = x^6 - x^{\frac{11}{7}}$

35) $f(x) = x^2 + x^{\frac{-3}{7}}$

37) $f(x) = x^{11} + x^{\frac{-17}{4}}$

39) $f(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$

41) $f(x) = 9x^3 + \sqrt[3]{x}$

43) $f(x) = \sqrt{x^3} + 10x^4$

45) $f(x) = x^4 + \sqrt[3]{x^4}$

47) $f(x) = 3x^4 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

49) $f(x) = 4x^9 + \frac{1}{\sqrt[9]{x^4}}$

51) $f(x) = -x^4 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^{11}}}$

53) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^5}}{6} + \frac{1}{12\sqrt[5]{x^3}}$

2) $f(x) = 5x^2 + 10$

4) $f(x) = 7x - x^2$

6) $f(x) = \frac{-2}{7}x^7 - \frac{4}{5}x^5$

8) $f(x) = \frac{7x^2 - 3x^5}{4}$

10) $f(x) = x^7 - 2x^5 + 3x$

12) $f(x) = -3x^6 + \frac{2}{7}x^4 - \frac{5}{8}x^2$

14) $f(x) = \frac{4}{5}x^3 - \frac{1}{3}x + \sqrt{5}$

16) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 + \sqrt{3}x^3 - \frac{\sqrt{2}}{5}x^2$

18) $f(x) = x^5 - x^{-5}$

20) $f(x) = 5x^{-7} + 3x^5$

22) $f(x) = -3x^{-9} + 11x^{-7}$

24) $f(x) = 3x + \frac{5}{x}$

26) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{3}{x^4}$

28) $f(x) = 8x^3 - 5x^{\frac{1}{2}}$

30) $f(x) = -5x^4 + 3x^{\frac{5}{2}}$

32) $f(x) = -7x^5 - \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}}$

34) $f(x) = \frac{7}{5}x^4 - \frac{11}{4}x^{\frac{12}{5}}$

36) $f(x) = 5x^2 - 4x^{\frac{-4}{5}}$

38) $f(x) = \frac{11}{3}x^4 + 4x^{\frac{-7}{3}}$

40) $f(x) = 2\sqrt{x} + x^4$

42) $f(x) = 4\sqrt[5]{x} - 2x^7$

44) $f(x) = \frac{2}{5}x^6 - 3\sqrt{x^7}$

46) $f(x) = 3x^6 - 4\sqrt[7]{x^4}$

48) $f(x) = \frac{2}{7}x^7 - \frac{4}{\sqrt[5]{x}}$

50) $f(x) = x^{12} - \frac{12}{\sqrt[12]{x^7}}$

52) $f(x) = -3x^8 - \frac{4}{\sqrt[5]{x^{13}}}$

54) $f(x) = \frac{4\sqrt[7]{x^{10}}}{10} - \frac{3}{8\sqrt[9]{x^4}}$

5) Calcular la derivada de las siguientes funciones utilizando las reglas del producto y la división:

1) $f(x) = x^4 \cdot \sqrt{x}$

2) $f(x) = 2\sqrt{x} \cdot x^7$

3) $f(x) = x^5 \cdot \sqrt{x^9}$

4) $f(x) = -3x^2 \cdot \sqrt{x^5}$

5) $f(x) = x^4 \cdot \sqrt[4]{x}$

6) $f(x) = 7x^7 \cdot \sqrt[5]{x}$

7) $f(x) = x \cdot \sqrt[7]{x^2}$

8) $f(x) = \frac{11}{4}x^6 \cdot \sqrt[3]{x^4}$

9) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}$

10) $f(x) = -8\sqrt{x} \cdot \sqrt[8]{x}$

11) $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x^3}$

12) $f(x) = 5\sqrt{x^5} \cdot \sqrt[5]{x}$

13) $f(x) = \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}$

14) $f(x) = -\frac{2}{3}\sqrt{x} \cdot \sqrt[7]{x^3}$

15) $f(x) = \sqrt[9]{x^2} \cdot \sqrt{x^9}$

16) $f(x) = \frac{-7}{5}\sqrt[9]{x^{11}} \cdot \sqrt{x^3}$

17) $f(x) = \sqrt[7]{x} \cdot \sqrt[5]{x}$

18) $f(x) = -3\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$

19) $f(x) = \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt[5]{x^4}$

20) $f(x) = \frac{6}{7}\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[8]{x^{11}}$

21) $f(x) = x^3 \cdot (2x - 3)$

22) $f(x) = 2x^5 \cdot (4 - x)$

23) $f(x) = -x^4 \cdot (x^3 + 1)$

24) $f(x) = \frac{2}{7}x^2 \cdot (4 - x^3)$

25) $f(x) = 3x^4 \cdot (x^2 + 5x - 2)$

26) $f(x) = -3x^5 \cdot (2 - 3x + 5x^2)$

27) $f(x) = (x^3 - 3x) \cdot \sqrt{x}$

28) $f(x) = -5(3x^2 - 2) \cdot \sqrt{x}$

29) $f(x) = \sqrt{x^3} \cdot (x^2 - 7)$

30) $f(x) = \frac{3}{4}(2x - 5) \cdot \sqrt{x^7}$

31) $f(x) = (x^3 - 6x) \cdot \sqrt[4]{x}$

32) $f(x) = \frac{-2}{5}\sqrt[6]{x} \cdot (3x - x^4)$

33) $f(x) = (1 - 4x) \cdot \sqrt[5]{x^4}$

34) $f(x) = -6(1 - x^3) \cdot \sqrt[10]{x^7}$

35) $f(x) = (5 - 8x) \cdot (3x - 2)$

36) $f(x) = (7x - 4) \cdot (4 - 5x)$

37) $f(x) = (x^2 - 7) \cdot (2x - 3)$

38) $f(x) = \left(5 - \frac{7}{2}x\right) \cdot (9 - 4x^3)$

39) $f(x) = (x^2 + 3x) \cdot (2x - 5x^2)$

40) $f(x) = (3 - x^3) \cdot (2x^5 - 3x^2)$

41) $f(x) = (5x^2 - 3x + 4) \cdot (-3x^3 - 1)$

42) $f(x) = \left(\frac{7}{3}x^3 + \frac{11}{2}x^2\right) \cdot (-3x^2 + 2x - 1)$

43) $f(x) = (7x^2 - 10x + 9) \cdot (3x^6 - 4x^4 + 5x^2)$

44) $f(x) = (8x^7 - 13x^4 - 9x^3) \cdot (10x^5 + 6x^3 - 4x^2)$

45) $f(x) = \frac{1}{7x^3}$

46) $f(x) = \frac{1}{5x^4}$

47) $f(x) = \frac{4}{x^4}$

48) $f(x) = \frac{-7}{5x^6}$

49) $f(x) = \frac{1}{7x^2 - 5}$

50) $f(x) = \frac{1}{2 - 4x^3}$

51) $f(x) = \frac{2}{5x^4 - x^2}$

52) $f(x) = \frac{-4}{2x^6 - 3x^3}$

53) $f(x) = \frac{x}{8x^3 - 2}$

54) $f(x) = \frac{-5x}{x^4 + 3}$

55) $f(x) = \frac{3x^9 - 7}{x}$

56) $f(x) = \frac{2x^4 + 6}{3x}$

57) $f(x) = \frac{4x + 3}{2 - 5x}$

58) $f(x) = \frac{-6x + 1}{3 + 4x}$

59) $f(x) = \frac{x + 1}{x^5 + x^3}$

60) $f(x) = \frac{10x + 9}{x^3 - 3x}$

61) $f(x) = \frac{2x^3 - 5x^2}{3x + 4}$

62) $f(x) = \frac{x^7 + 7}{8 - 6x}$

63) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 2}$

64) $f(x) = \frac{5x^4 - 2}{2x^4 - 5}$

65) $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x - 3x^2}$

66) $f(x) = \frac{-2x^4 + 4x^3 - 7}{x^2 - 5x}$

$$67) f(x) = \frac{x^3 + x + 10}{3x^3 + 2x^2 + x}$$

$$69) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 3}$$

$$71) f(x) = \frac{7x - x^3}{\sqrt{x}}$$

$$73) f(x) = \frac{(5-x) \cdot (x^2 - 3)}{2x + 1}$$

$$75) f(x) = \frac{x \cdot \sqrt{x}}{x^2 + 1}$$

$$77) f(x) = \frac{2x^7 - 7x^2}{(x^2 + 5) \cdot (3 - 2x)}$$

$$79) f(x) = \frac{(7x + 4) \cdot (x^2 - 5)}{(2x - 11) \cdot (x^3 + 3x)}$$

$$81) f(x) = \frac{4 - x}{\frac{x^2 + 2}{5x + 9}}$$

$$83) f(x) = \frac{10 - 5x^2}{\frac{3x + 2}{5 - x}}$$

$$85) f(x) = \frac{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}{\frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}}$$

$$68) f(x) = \frac{2x^4 - 3x^3 + 4x^2}{x^2 + x + 1}$$

$$70) f(x) = \frac{4\sqrt{x}}{5 - 2x^3}$$

$$72) f(x) = \frac{5x^2 - 9}{7\sqrt{x}}$$

$$74) f(x) = \frac{3(2x - 1) \cdot (-5x^3 + 3x^2)}{x^2 + 1}$$

$$76) f(x) = \frac{3x^2 \cdot \sqrt{x}}{4x^2 - 2}$$

$$78) f(x) = \frac{4x - 3x^2}{(7 - x^3) \cdot (2x + x^2)}$$

$$80) f(x) = \frac{(3x^3 + x) \cdot (2x^2 - 1)}{(8 - 3x^2) \cdot (4x - 2x^3)}$$

$$82) f(x) = \frac{1 - x^2}{\frac{2 - x^2}{3 - x^3}}$$

$$84) f(x) = \frac{x + 1}{\frac{x^2 + 2}{x^3 + 3}}$$

$$86) f(x) = \frac{\frac{3 - 2x}{4x^2 - 7x}}{\frac{x + 1}{2x - 6x^2}}$$

6) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = 10e^x$

3) $f(x) = \frac{e^x}{7}$

5) $f(x) = \frac{3e^x}{8}$

7) $f(x) = e^x + 2$

9) $f(x) = 6 \ln x$

11) $f(x) = \frac{\ln x}{15}$

13) $f(x) = \frac{6 \cdot \ln x}{11}$

15) $f(x) = e^{10} + \ln x$

17) $f(x) = 10 \log x$

19) $f(x) = \frac{\log x}{3}$

21) $f(x) = \frac{3 \log x}{17}$

23) $f(x) = 8 \log_2 x$

25) $f(x) = \frac{\log_5 x}{5}$

27) $f(x) = \frac{2 \log_3 x}{7}$

29) $f(x) = 3 \cdot \operatorname{sen} x$

31) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{9}$

33) $f(x) = \frac{4 \cdot \operatorname{sen} x}{5}$

35) $f(x) = 12 \cos x$

37) $f(x) = \frac{\cos x}{7}$

39) $f(x) = \frac{7 \cos x}{10}$

41) $f(x) = 13 \operatorname{tg} x$

43) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{7}$

45) $f(x) = \frac{2 \operatorname{tg} x}{11}$

47) $f(x) = 3 \operatorname{arcsen} x$

49) $f(x) = \frac{\operatorname{arcsen} x}{8}$

51) $f(x) = \frac{4 \operatorname{arcsen} x}{7}$

53) $f(x) = 6 \operatorname{arccos} x$

55) $f(x) = \frac{\operatorname{arccos} x}{6}$

57) $f(x) = \frac{9 \operatorname{arccos} x}{2}$

59) $f(x) = 2 \operatorname{arctg} x$

61) $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{2}$

63) $f(x) = \frac{5 \operatorname{arctg} x}{9}$

2) $f(x) = -5e^x$

4) $f(x) = \frac{e^x}{2}$

6) $f(x) = \frac{-7e^x}{11}$

8) $f(x) = 2e^x + e$

10) $f(x) = -8 \ln x$

12) $f(x) = -\frac{\ln x}{2}$

14) $f(x) = \frac{-8 \ln x}{3}$

16) $f(x) = e^x + \ln 10$

18) $f(x) = -4 \log x$

20) $f(x) = \frac{\log x}{25}$

22) $f(x) = \frac{-5 \log x}{11}$

24) $f(x) = -12 \log_3 x$

26) $f(x) = \frac{\log_2 x}{16}$

28) $f(x) = \frac{-3 \log_4 x}{8}$

30) $f(x) = -\operatorname{sen} x$

32) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{\pi}$

34) $f(x) = \frac{\pi \cdot \operatorname{sen} x}{3}$

36) $f(x) = -\pi \cos x$

38) $f(x) = \frac{\cos x}{4}$

40) $f(x) = \frac{2 \cos x}{5}$

42) $f(x) = -4 \operatorname{tg} x$

44) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{5}$

46) $f(x) = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} x}{3}$

48) $f(x) = -4 \operatorname{arcsen} x$

50) $f(x) = \frac{-\operatorname{arcsen} x}{9}$

52) $f(x) = \frac{-2 \operatorname{arcsen} x}{7}$

54) $f(x) = 19 \operatorname{arccos} x$

56) $f(x) = \frac{\operatorname{arccos} x}{-5}$

58) $f(x) = \frac{-3 \operatorname{arccos} x}{7}$

60) $f(x) = -3 \operatorname{arctg} x$

62) $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{\pi}$

64) $f(x) = \frac{-10 \operatorname{arctg} x}{21}$

7) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = x \cdot e^x$

3) $f(x) = (5x - 2) \cdot e^x$

5) $f(x) = x^3 \cdot \ln x$

7) $f(x) = (x^3 - 7x^2) \cdot \ln x$

9) $f(x) = x \cdot \ln x + 1$

11) $f(x) = 3x \cdot \log x$

13) $f(x) = (7x - 2) \cdot \log x$

15) $f(x) = -x \cdot \operatorname{sen} x$

17) $f(x) = (2x + 1) \cdot \operatorname{sen} x$

19) $f(x) = 4x \cdot \cos x$

21) $f(x) = (x^3 + 5x) \cdot \cos x$

23) $f(x) = -5x \cdot \operatorname{tg} x$

25) $f(x) = (3x - x^2) \cdot \operatorname{tg} x$

27) $f(x) = -6x \cdot \operatorname{arcsen} x$

29) $f(x) = (1 - x) \cdot \operatorname{arcsen} x$

31) $f(x) = 11x \cdot \operatorname{arccos} x$

33) $f(x) = (x^2 - 10x) \cdot \operatorname{arccos} x$

35) $f(x) = -2x \cdot \operatorname{arctg} x$

37) $f(x) = \left(3x^2 + \frac{6}{7}\right) \cdot \operatorname{arctg} x$

39) $f(x) = 3e^x \cdot \ln x$

41) $f(x) = e^x \cdot e^x$

43) $f(x) = -5e^x \cdot \operatorname{sen} x$

45) $f(x) = \ln x \cdot 2^x$

47) $f(x) = \ln x \cdot \operatorname{arctg} x$

49) $f(x) = \cos x \cdot \operatorname{sen} x$

51) $f(x) = 5\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{arcsen} x$

53) $f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{sen} x$

55) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$

57) $f(x) = \frac{3}{\ln x}$

59) $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$

61) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x + 1}{\cos x + 1}$

63) $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x+1)}{x+1}$

65) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x}$

2) $f(x) = 2x^3 \cdot e^x$

4) $f(x) = (3x - x^3) \cdot e^x$

6) $f(x) = -5x^3 \cdot \ln x$

8) $f(x) = (3x^5 - 5x^3) \cdot \ln x$

10) $f(x) = x \cdot \ln(x+1)$

12) $f(x) = x^4 \cdot \log_4 x$

14) $f(x) = (-2x^5 + 4x^4) \cdot \log_7 x$

16) $f(x) = 3x^5 \cdot \operatorname{sen} x$

18) $f(x) = (5x - x^7) \cdot \operatorname{sen} x$

20) $f(x) = \frac{2}{9}x^4 \cdot \cos x$

22) $f(x) = (3x^3 - 2x^2) \cdot \cos x$

24) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 \cdot \operatorname{tg} x$

26) $f(x) = \left(\frac{4x^3 - 5x}{3}\right) \cdot \operatorname{tg} x$

28) $f(x) = 8x^4 \cdot \operatorname{arcsen} x$

30) $f(x) = (2x^9 - 8x^4) \cdot \operatorname{arcsen} x$

32) $f(x) = \frac{7}{15}x^5 \cdot \operatorname{arccos} x$

34) $f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right) \cdot \operatorname{arccos} x$

36) $f(x) = nx \cdot \operatorname{arctg} x$

38) $f(x) = \left(\frac{-3}{5}x^4 - x\right) \cdot \operatorname{arctg} x$

40) $f(x) = -e^x \cdot \log x$

42) $f(x) = 8e^x \cdot 10^x$

44) $f(x) = 9e^x \cdot \operatorname{tg} x$

46) $f(x) = \frac{3}{4} \ln x \cdot \log_5 x$

48) $f(x) = -2 \ln x \cdot \cos x$

50) $f(x) = 2\operatorname{sen}^2 x$

52) $f(x) = \frac{1}{7} \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{arccos} x$

54) $f(x) = -6 \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{arctg} x$

56) $f(x) = \frac{-2}{e^x}$

58) $f(x) = \frac{e^x}{\ln x}$

60) $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

62) $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x+1)}{\cos x + 1}$

64) $f(x) = \frac{\cos(x+1)}{\operatorname{sen} x + 1}$

66) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{arctg} x}$

8) Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = e^{5x}$

3) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

5) $f(x) = 5 \cdot e^{x^2+1}$

7) $f(x) = e^{3x^2-2x}$

9) $f(x) = \ln 10x$

11) $f(x) = \ln(5x^3 - 2x)$

13) $f(x) = \ln \sqrt{x}$

15) $f(x) = \ln x^2 + 2x$

17) $f(x) = e \cdot \ln(x+1)$

19) $f(x) = \operatorname{sen} 7x$

21) $f(x) = 2\operatorname{sen}(\pi x - 8)$

23) $f(x) = \cos 9x$

25) $f(x) = 2 \cdot \cos(5x^2 - x^3)$

27) $f(x) = 3\operatorname{tg} 2x$

29) $f(x) = 16 \cdot \operatorname{tg}(4x - x^2)$

31) $f(x) = \operatorname{arctg} 12x$

33) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$

2) $f(x) = e^{-x}$

4) $f(x) = 3 \cdot e^{\frac{1}{x}}$

6) $f(x) = -7 \cdot e^{1-x^2}$

8) $f(x) = e^{3x^2} - 2x$

10) $f(x) = 4 \cdot \ln \frac{2}{5} x^3$

12) $f(x) = \ln(2x^4 - 4x^2)$

14) $f(x) = 3 \cdot \ln \frac{1}{3x}$

16) $f(x) = \ln(x^2 + 2x)$

18) $f(x) = e \cdot \ln x + 1$

20) $f(x) = -\operatorname{sen}(-x) - x$

22) $f(x) = 3 \cdot \operatorname{sen}(x^3 - 3x)$

24) $f(x) = \cos 3\pi x$

26) $f(x) = \pi \cdot \cos(3x - 2\pi)$

28) $f(x) = \frac{1}{3} \operatorname{tg} x^2$

30) $f(x) = \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{tg}(4x - x^2)$

32) $f(x) = \operatorname{arctg} 3\pi x^2$

34) $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x - x^2}$

9) Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = \sqrt{x^3 - 3}$

3) $f(x) = \sqrt{2\sqrt{5x}}$

5) $f(x) = (2x + 3)^2$

7) $f(x) = 3 \cdot (1 - x)^5$

9) $f(x) = (x - x^5)^3 \cdot x^7$

11) $f(x) = x^4 \cdot \sqrt{3x - 1}$

13) $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot (x^2 - x)^5$

15) $f(x) = (x^2 + 1)^2 \cdot (1 - x^2)^2$

17) $f(x) = \frac{1}{(3x - 2)^2}$

19) $f(x) = \frac{-7}{(5x + 2)^4}$

21) $f(x) = \frac{18x}{(4x^2 + 9x)^4}$

23) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{(1 - x^2)^2}$

25) $f(x) = \frac{(7x^2 - 5x^4)^3}{x^2 + 1}$

27) $f(x) = \frac{(x^2 + 1)^2}{(x^2 - 1)^2}$

2) $f(x) = \sqrt{1 - 4x}$

4) $f(x) = \sqrt{2x\sqrt{3x}}$

6) $f(x) = (3x^2 + 1)^4$

8) $f(x) = 2 \cdot (1 - 6x)^5$

10) $f(x) = (1 - x^2)^4 \cdot x^6$

12) $f(x) = 7x^5 \cdot \sqrt{11x^2 - 1}$

14) $f(x) = \sqrt{2x^3 - x} \cdot (7x^3 - 3x)^4$

16) $f(x) = \frac{2}{5} (2x^5 + 5)^2 \cdot (3 - 3x^3)^3$

18) $f(x) = \frac{1}{(2x^4 + 5)^3}$

20) $f(x) = \frac{2}{(3x^4 + 5)^6}$

22) $f(x) = \frac{-9x^2}{(3x^6 - 7)^4}$

24) $f(x) = \frac{-x^3 + 3}{(4x - 3x^2)^8}$

26) $f(x) = \frac{2(5 - 7x^3)^2}{3x^4 + 2x}$

28) $f(x) = \frac{5(2x^2 - 7x)^3}{4(9 - 3x^2)^2}$

10) Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = \ln 2e^x$

2) $f(x) = e^{\ln 2x}$

3) $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$

4) $f(x) = \sqrt[2]{x^2 - 1} \cdot e^{\sqrt{x}}$

5) $f(x) = \frac{e^x + 1}{1 + e^{-x}}$

6) $f(x) = \frac{e^x - e}{e^{-x} + e}$

7) $f(x) = \ln x^3$

8) $f(x) = \ln^3 x$

9) $f(x) = e^{1-x} \cdot \ln x^2$

18) $f(x) = \ln \frac{x^3}{1 + x^2}$

11) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$

12) $f(x) = \cos(x \cdot \sin x)$

13) $f(x) = \cos \sin x$

14) $f(x) = 2 \sin \sin nx$

15) $f(x) = \cos x^2$

16) $f(x) = \cos^2 x$

17) $f(x) = \cos^2 x^3$

18) $f(x) = n \sin^3 x^2$

19) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$

20) $f(x) = \operatorname{tg}^3 3x^3$

21) $f(x) = \operatorname{tg}(\sqrt{x}(7x - x^3))$

22) $f(x) = \operatorname{tg} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

23) $f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{arctg} x)$

24) $f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x)$

25) $f(x) = \operatorname{arctg} x^3 \cdot \operatorname{tg} x^2$

26) $f(x) = \frac{1 + \operatorname{arctg} x^2}{1 - \operatorname{arctg}^2 x}$

27) $f(x) = \ln x \cdot \operatorname{tg} x$

28) $f(x) = \ln(x \cdot \operatorname{tg} x)$

29) $f(x) = n \cdot \sin^3 n^2 x$

30) $f(x) = n \cdot \sin^2 n^3 x$

11) Aplicar la regla de la cadena para calcular la derivada de las siguientes funciones:

1) $f(x) = e^{(x^2+x)^3}$

2) $f(x) = (e^{5x-x^2} + x)^2$

3) $f(x) = e^{\sin(x^2+1)}$

4) $f(x) = 2e^{\log(3x^2+2x)}$

5) $f(x) = \ln^3 x^2 + x$

6) $f(x) = \ln^2(x^3 + x)$

7) $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

8) $f(x) = \ln \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

9) $f(x) = \ln \operatorname{tg} x^2$

10) $f(x) = \ln \cos^3 x^4$

11) $f(x) = \ln \sqrt{\sin e^{x^2}}$

12) $f(x) = \sqrt{\ln \sin e^{x^2}}$

13) $f(x) = \ln^3 \cos x^4$

14) $f(x) = \ln^2 \sin x^2 + x^2$

15) $f(x) = \sqrt{2x\sqrt{3x\sqrt{4x}}}$

16) $f(x) = \sqrt{3x\sqrt{4x\sqrt{2x}}}$

17) $f(x) = \sin^4 \sin^3 nx^2$

18) $f(x) = n \sin^2 \sin^3 x^4$

19) $f(x) = \sin \cos \operatorname{tg} x$

20) $f(x) = \ln \sqrt{\cos e^{1-x^2}}$

21) $f(x) = \operatorname{tg} \ln \sin e^{\sqrt{1-x}}$

22) $f(x) = \cos^7 \sin^8 (9x^2 + 10)^{11}$

23) $f(x) = 8 \cdot \operatorname{arctg}^2 \ln^3 (4x^5 + 6)^7$

24) $f(x) = \sin^2 \ln^3 \sqrt{\operatorname{arctg}^4 e^{\frac{(3x^2-2x)^3}{\sqrt{1-x^2}}}}$