



APLICACIÓN DEL MCD y mcm A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS LITERALES

006  	Un trozo de cartulina mide 1 m por 45 cm y quiero dibujar en ella una cuadrícula del mayor tamaño posible cada cuadrado. ¿Cuál será el lado del mayor cuadrado posible?	1/2/3E
---	---	--------

PLANTEAMIENTO:

* Para que no sobre nada de largo tendré que tomar cuadrículas cuya longitud sean números divisores de 1 metro, es decir 100 centímetros:

$$\text{Divisores de } 100 = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}.$$

* Para que no sobre nada de ancho tendré que buscar cuadrículas cuya longitud sean números divisores de 45 cm.

$$\text{Divisores de } 45 = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}.$$

ESTRATEGIA

Para calcular la mayor cuadrícula habrá que averiguar el máximo común divisor:



OPERACIONES:

$100 = 2^2 \cdot 5^2$ $45 = 5 \cdot 3^2$ $\text{MCD}(100, 45) = 5$
--



ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

El mayor cuadrado posible tendrá 5 cm de lado

007  	Vanesa está construyendo una maqueta y dispone de 3 listones de 180, 250 y 300 cm de largo, respectivamente. Para hacer la base de una casa desea cortar los tres listones en trozos de igual tamaño, sin que sobre nada. ¿Cuál debe ser la longitud de cada trocito para que el número de cortes sea el menor posible? ¿Cuántos trozos de ese tamaño saldrán de cada listón?	1/2/3E
---	---	--------

PLANTEAMIENTO:

* Para que no sobre nada de largo tendré que cortar el listón de 180 cm en trozos que sean divisores de 180 cm.

$$\text{Divisores de } 180 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180\}.$$

* Para que no sobre nada de largo tendré que cortar el listón de 250 cm en trozos que sean divisores de 250 cm.

$$\text{Divisores de } 250 = \{1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250\}.$$

* Para que no sobre nada de largo tendré que cortar el listón de 300 cm en trozos que sean divisores de 300 cm.

$$\text{Divisores de } 300 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150, 300\}.$$

ESTRATEGIA

Para calcular el mayor trozo habrá que averiguar el máximo común divisor:

OPERACIONES:

$\begin{array}{r l} 180 & 2 \cdot 5 \\ 18 & 2 \cdot 3^2 \\ 1 & 1 \\ \hline 180 & = 2^2 \cdot 5 \cdot 3^2 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 250 & 2 \cdot 5 \\ 25 & 5^2 \\ 1 & 1 \\ \hline 250 & = 2 \cdot 5^3 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 300 & 2^2 \cdot 5^2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ \hline 300 & = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \end{array}$
$\text{M.C.D.}(180, 250, 300) = 2 \cdot 5 = 10$		

$180 : 10 = 18$ trozos del listón de 180 cm $250 : 10 = 25$ trozos del listón de 250 cm $300 : 10 = 30$ trozos del listón de 300 cm	$18 + 25 + 30 = 73$ trozos
---	----------------------------

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

Cada trozo debe de medir 10 cm. Al partir los tres listones tendremos 18 trozos del listón de 180 cm, 25 trozos de 250 cm y 30 trozos de 250 cm, siendo un total de 73 trozos de 10 cm cada uno.



014 	<p>En el colegio hay dos actividades complementarias: un grupo de teatro, que se reúne cada 4 días para ensayar, y un equipo que elabora una revista, y se reúne cada 5 días. ¿Cada cuántos días coinciden los dos grupos? Si el día 30 de octubre coincidieron, ¿cuándo lo volverán a hacer?</p>	1/2/3E
----------------	---	--------

PLANTEAMIENTO:

- El grupo de teatro se reúne cada 4 días, es decir, múltiplos de 4:

$$\overset{\cdot}{4} = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, \dots\}$$

- El equipo que elabora la revista se reúne cada 5 días, es decir, múltiplos de 5:

$$\overset{\cdot}{5} = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, \dots\}$$

ESTRATEGIA

Para calcular cuando coinciden habrá que averiguar el mínimo común múltiplo:

OPERACIONES:

$$4 = 2^2 \qquad 5 = 5$$

$$\text{m.c.m (4, 5)} = 2^2 \cdot 5 = 20$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

Coinciden cada 20 días. Como octubre tiene 31 días, esto quiere decir que volverán a coincidir el 19 de noviembre de ese mismo año.

018 	<p>Un coche, una moto y una bicicleta dan vueltas a un circuito automovilístico, partiendo de la meta todos al mismo tiempo. El coche tarda en recorrer el circuito 5 minutos, la moto 2 y la bici 20.</p> <p>(a) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que vuelvan a coincidir en la meta los tres vehículos?</p> <p>(b) ¿Y para que lo hagan la moto y la bici?</p>	1/2/3E
----------------	--	--------

PLANTEAMIENTO:

- El coche pasa por la meta cada 5 minutos, es decir, serán múltiplos de 5:

$$\overset{\cdot}{5} = \{5, 10, 15, \mathbf{20}, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, \dots\}$$

- La moto pasa por la meta cada 2 minutos, es decir, serán múltiplos de 2:

$$\overset{\cdot}{2} = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, \mathbf{20}, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, \dots\}$$

- La bicicleta pasa por la meta cada 20 minutos, es decir, serán múltiplos de 20:

$$\overset{\cdot}{20} = \{\mathbf{20}, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, \dots\}$$

ESTRATEGIA

Para calcular cuando coinciden habrá que averiguar el mínimo común múltiplo:

OPERACIONES:

$$5 = 5 \qquad 2 = 2 \qquad 20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m (5, 2, 20)} = 2^2 \cdot 5 = 20$$

$$\text{m.c.m (2, 20)} = 2^2 \cdot 5 = 20$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

(a) Los tres vehículos coinciden cada 20 minutos.

(b) La moto y la bicicleta también coinciden cada 20 minutos (mcm de 2 y 20).

019 	<p>Para hacer unas prácticas en el laboratorio de Física hay que distribuir a los alumnos en grupos. La profesora se da cuenta de que si los coloca de 2 en 2, de 3 en 3 o de 4 en 4, sobra 1 alumno en todos los casos. Entonces hace grupos de 5 en 5, y observa que no sobra ninguno. ¿Cuántos alumnos hay en clase?</p>	1/2/3E
----------------	---	--------

PLANTEAMIENTO MÉTODO I

El número de alumnos que hay en clase tiene que ser:





$$\begin{aligned} \dot{2} + 1 &= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, \underline{25}, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, \dots\} \\ \dot{3} + 1 &= \{4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, \underline{25}, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46, 49, 52, 55, 58, 61, \dots\} \\ \dot{4} + 1 &= \{5, 9, 13, 17, 21, \underline{25}, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 53, 57, 61, 65, 69, 73, 77, 81, \dots\} \\ \dot{5} &= \{5, 10, 15, 20, \underline{25}, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, \dots\} \end{aligned}$$

ESTRATEGIA

Para calcular el número de alumnos buscamos todos los múltiplos comunes y vemos que el 25 pertenece a los 4 conjuntos.

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

En clase hay 25 alumnos.

ESTRATEGIA MÉTODO II

Para calcular cuando coinciden de nuevo habrá que averiguar

- (a) El mínimo común múltiplo
- (b) Que el número siguiente sea divisible por 5

OPERACIONES:

$$2 = 2 \quad 3 = 3 \quad 4 = 2^2$$

$$\text{m.c.m}(2, 3, 4) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Hacemos el conjunto de $\dot{12} + 1 \rightarrow \dot{12} + 1 = \{13, 25, 37, 49, \dots\}$
y vemos que el 25 es divisible por 5

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

En clase hay 25 alumnos.

020 	Tres hermanos tienen unos trozos de cuerda que miden 74 cm, 32 cm y 53 cm, respectivamente. Quieren cortarlos en el menor número de trozos posibles, de modo que a cada uno le sobren 4 cm. ¿Qué dimensión tiene cada trozo? ¿Cuántos trozos de cuerda obtiene cada uno?	1/2/3E
----------------	--	--------

PLANTEAMIENTO Y ESTRATEGIA MÉTODO I

- * Para que sobren 4 cm de la cuerda de 74 cm tendré que buscar divisores de 70 cm. ($74 - 4 = 70$)
Divisores de 70 = {1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70}
- * Para que sobren 4 cm de la cuerda de 32 cm tendré que buscar divisores de 28 cm. ($32 - 4 = 28$)
Divisores de 28 = {1, 2, 4, 7, 14, 28}
- * Para que sobren 4 cm de la cuerda de 53 cm tendré que buscar divisores de 49 cm. ($53 - 4 = 49$)
Divisores de 49 = {1, 7, 49}

Observamos que para cortar el menor número de trozos estos han de ser de 7 cm cada uno (**Cada trozo será se 7 cm**), por lo que las cuerdas quedaran cortadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 70 : 7 &= 10 \text{ trozos (+ 1 de 4 cm); } & 28 : 7 &= 4 \text{ (+ 1 de 4 cm) ;} \\ 49 : 7 &= 7 \text{ (+ 1 de 4 cm)} \end{aligned}$$

PLANTEAMIENTO Y ESTRATEGIA MÉTODO II

Para cortar el menor número de trozos posibles estos han de ser lo más largos posibles; por lo que hay que averiguar el máximo común divisor:

OPERACIONES:

$$\begin{aligned} 70 &= 2 \cdot 5 \cdot 7 & 28 &= 2^2 \cdot 7 & 49 &= 7^2 \\ \text{M.C.D. (70, 28, 49)} &= 7 \end{aligned}$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

Cuerda de 74 cm: 10 trozos de 7 cm y 1 trozo de 4 cm.
Cuerda de 32 cm: 4 trozos de 7 cm y 1 trozo de 4 cm.
Cuerda de 53 cm: 7 trozos de 7 cm y 1 trozo de 4 cm.





021 	En un árbol de Navidad hay bombillas rojas, azules y blancas. Las rojas se encienden cada 15 segundos, las azules cada 18 y la blancas cada 110 segundos. ¿Cada cuántos segundos coinciden las tres bombillas encendidas?. Durante una hora, ¿cuántas veces se encienden a la vez?	1/2/3E
----------------	--	--------

PLANTEAMIENTO:

* Las bombillas rojas se encienden cada 15 segundos, es decir, el tiempo que tarda en encenderse son múltiplos de 15.

$$\dot{1}5 = \{15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, 180, 195, 210, \dots\}$$

* Las bombillas azules se encienden cada 18 segundos, es decir, el tiempo que tarda en encenderse son múltiplos de 18.

$$\dot{1}8 = \{18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, 198, 216, 234, 252, \dots\}$$

* Las bombillas blancas se encienden cada 110 segundos, es decir, el tiempo que tarda en encenderse son múltiplos de 110.

$$\dot{1}10 = \{110, 220, 330, 440, 550, 660, 770, 880, 990, 1100, 1210, 1320, 1430, \dots\}$$

ESTRATEGIA

Para calcular cuando coinciden habrá que averiguar el mínimo común múltiplo:

OPERACIONES:

$$15 = 3 \cdot 5 \quad 18 = 2 \cdot 3^2 \quad 110 = 2 \cdot 5 \cdot 11$$

$$\text{mcm}(15, 18, 110) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 = 990$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

Coinciden cada 990 segundos.

$$1 \text{ hora} = 3600 \text{ segundos} \rightarrow 3600 : 990 = 3.636363.$$

Durante una hora se encienden 3 veces a la vez.

022 	Para ir al cine, dos niños no se ponen de acuerdo. Uno va cada 5 días y el otro cada 6. Si coincidieron el día 24 de diciembre, (a) ¿cuándo volverán a coincidir? (b) ¿Cuántas veces habrá ido cada uno sin coincidir?	1/2/3E
----------------	--	--------

PLANTEAMIENTO:

* El primer niño va al cine cada 5 días:

$$\dot{5} = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, \dots\}$$

* El segundo niño va al cine cada 6 días:

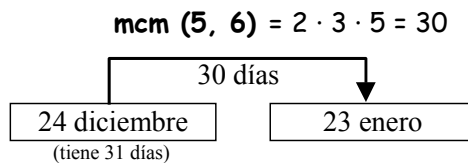
$$\dot{6} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, \dots\}$$

ESTRATEGIA

Para calcular cuando coinciden habrá que averiguar el mínimo común múltiplo:

OPERACIONES:

$$5 = 5 \quad 6 = 2 \cdot 3$$



Número de veces que va cada uno al cine:

$$30 : 5 = 6$$

$$30 : 6 = 5$$

ANÁLISIS CRÍTICO DE LOS RESULTADOS:

Coinciden a los 30 días, es decir, el 23 de enero del siguiente año (diciembre tiene 31 días).

Uno ha ido 6 veces y el otro 5 veces.