

TEMA 5 - ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Ejercicios Resueltos

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

1 $x^2 = 25$

Solución:

$$x_1 = 5, x_2 = -5$$

2 $x^2 = 0$

Solución:

$$x_1 = x_2 = 0$$

3 $x^2 = 49$

Solución:

$$x_1 = 7, x_2 = -7$$

4 $5x^2 = 0$

Solución:

$$x_1 = x_2 = 0$$

5 $x^2 - 1 = 0$

Solución:

$$x_1 = 1, x_2 = -1$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

6 $x^2 - 6x = 0$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 6$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

14 $x^2 - 9 = 0$

Solución:

$$x_1 = -3, x_2 = 3$$

15 $x^2 - 4x + 4 = 0$

Solución:

$$x_1 = x_2 = 2$$

16 $x^2 + 8x = 0$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = -8$$

7 $x^2 - 16 = 0$

Solución:

$$x_1 = -4, x_2 = 4$$

8 $7x^2 = 0$

Solución:

$$x_1 = x_2 = 0$$

9 $x^2 - 5x + 6 = 0$

Solución:

$$x_1 = 3, x_2 = 2$$

10 $x^2 + 5x = 0$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = -5$$

11 $x^2 - 25 = 0$

Solución:

$$x_1 = -5, x_2 = 5$$

12 $x^2 - 9x = 0$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 9$$

13 $x^2 = 81$

Solución:

$$x_1 = -9, x_2 = 9$$

17 $8x^2 - 2x - 3 = 0$

Solución:

$$x_1 = -1/2, x_2 = 3/4$$

18 $x(x - 3) = 10$

Solución:

$$x_1 = -2, x_2 = 5$$

19 $(x + 2)(x + 3) = 6$

Solución:

$$x_1 = -5, x_2 = 0$$

20 $4x^2 - 81 = 0$

Solución:

$$x_1 = -9/2, x_2 = 9/2$$

21 $2x^2 - 3x - 20 = 0$

Solución:

$$x_1 = -5/2, x_2 = 4$$

22 $4x^2 - 3x = 0$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 3/4$$

23 $x^2 = 4$

Solución:

$$x_1 = -2, x_2 = 2$$

24 $(2x - 3)^2 = 8x$

Solución:

$$x_1 = 1/2, x_2 = 9/2$$

25 $2x(x - 3) = 3x(x - 1)$

Solución:

$$x_1 = -3, x_2 = 0$$

26 $\frac{3x}{2} - \frac{x^2 + x}{2} = \frac{3}{8}$

Solución:

$$x_1 = 1/2, x_2 = 3/2$$

27 $\frac{9x - 4}{10} - x + \frac{x^2 + 2}{30} = 1$

Solución:

$$x_1 = -5, x_2 = 8$$

28 $5x^2 = 0$

Solución:

$$x_1 = x_2 = 0$$

29 $x^2 - 81 = 0$

Solución:

$$x_1 = -9, x_2 = 9$$

30 $x^2 + 2x - 15 = 0$

Solución:

$$x_1 = -5, x_2 = 3$$

31 $x^2 - 144 = 0$

Solución:

$$x_1 = -12, x_2 = 12$$

36 $11x^2 - 6x - 3 = 2x^2 - 4$

Solución:

$$x_1 = x_2 = 1/3$$

37 $\frac{2x^2}{3} - \frac{x + 3}{2} = 3$

Solución:

$$x_1 = -9/4, x_2 = 3$$

32 $2x^2 - 5x - 3 = 0$

Solución:

$$x_1 = -1/2, x_2 = 3$$

33 $x^2 - 4x = 0$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

34 $x^2 - 4x - 12 = 0$

Solución:

$$x_1 = -2, x_2 = 6$$

35 $4x^2 - 25 = 0$

Solución:

$$x_1 = -5/2, x_2 = 5/2$$

38 $\frac{x^2 + 2}{5} - \frac{x^2 + x}{2} = \frac{3x + 1}{10}$

Solución:

$$x_1 = -3, x_2 = 1/3$$

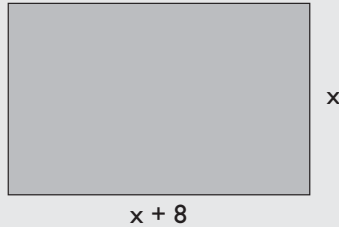
39 $\frac{7x - 2}{3} = \frac{2(x^2 - x)}{6} + \frac{15x}{9}$

Solución:

$$x_1 = 2, x_2 = 1$$

- 40** La base de un rectángulo mide 8 cm más que la altura. Si su perímetro mide 64 cm, calcula las dimensiones del rectángulo.

Solución:



$$2(x + 8) + 2x = 64 \Rightarrow x = 12$$

Las dimensiones son: Altura = 12 cm, Base = 20 cm

- 41** Se mezcla café de 4,8 €/kg con café de 7,2 €/kg. Si se desea obtener 60 kg de mezcla a 6,5 €/kg, ¿cuántos kilos de cada clase se deben mezclar?

Solución:

	Café A	Café B	Mezcla
Precio (€/kg)	4,8	7,2	6,5
Peso (kg)	x	60 - x	60
Dinero (€)	$4,8x + 7,2(60 - x) = 6,50 \cdot 60$		

$$4,8x + 7,2(60 - x) = 6,5 \cdot 60 \Rightarrow x = 17,5$$

Café A: 17,5 kg

Café B: 42,5 kg

- 42** Una madre tiene 26 años más que su hijo, y dentro de 10 años la edad de la madre será el doble de la del hijo. ¿Cuántos años tienen en la actualidad?

Solución:

	Actualmente	Dentro de 10 años
Hijo	x	x + 10
Madre	x + 26	x + 36

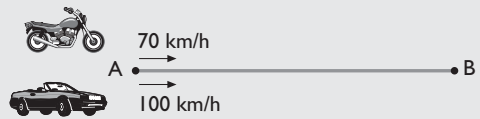
$$x + 36 = 2(x + 10) \Rightarrow x = 16$$

Edad del hijo = 16 años.

Edad de la madre = 42 años.

- 43** Una moto sale de una ciudad A hacia otra B con una velocidad de 70 km/h. Tres horas más tarde, un coche sale de la misma ciudad y en el mismo sentido con una velocidad de 100 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el coche en alcanzar a la moto?

Solución:



El espacio que recorre la moto es igual que el que recorre el coche y la fórmula es $e = v \cdot t$

$$70t = 100(t - 3) \Rightarrow t = 10$$

El coche tarda 7 horas en alcanzar a la moto.

- 44** Halla dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73

Solución:

Un número x y el otro $x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 73 \Rightarrow x = 8, x = -3$$

Hay dos soluciones:

Nº mayor = 8 \Rightarrow Nº menor = 3

Nº mayor = -3 \Rightarrow Nº menor = -8

- 45** La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 181. Halla dichos números.

Solución:

Los números son x y $x + 1$

$$x^2 + (x + 1)^2 = 181 \Rightarrow x = 9, x = -10$$

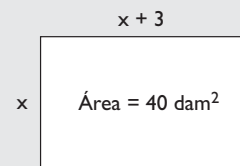
Hay dos soluciones:

Nº menor = 9 \Rightarrow Nº mayor = 10

Nº menor = -10 \Rightarrow Nº mayor = -9

- 46** Calcula las dimensiones de una finca rectangular sabiendo que tiene 3 dam de larga más que de ancha y su superficie es de 40 dam²

Solución:



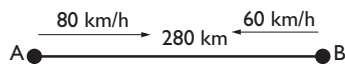
$$x(x + 3) = 40 \Rightarrow x = 5, x = -8$$

La solución negativa no tiene sentido.

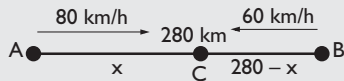
Ancho = 5 dam

Largo = 8 dam

- 46** Un vehículo sale de A con dirección a B y lleva una velocidad constante de 80 km/h. En el mismo instante, otro vehículo sale de B hacia A con una velocidad de 60 km/h. Si la distancia entre A y B es de 280 km, ¿a qué distancia de A se cruzan los dos vehículos?



Solución:



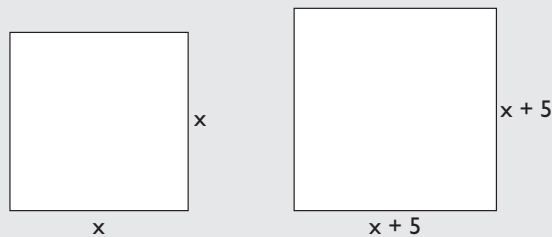
El tiempo que tardan ambos es el mismo y la fórmula es $e = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{e}{v}$

$$\frac{x}{80} = \frac{280 - x}{60} \Rightarrow x = 160$$

Se encuentran a 160 km de A

- 49** Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumente en 395 unidades cuadradas.

Solución:



$$(x + 5)^2 = x^2 + 395$$

$$x = 37$$

El lado del cuadrado mide 37 unidades.

- 50** Calcula dos números enteros tales que su diferencia sea 2 y la suma de sus cuadrados sea 884.

Solución:

$$x^2 + (x - 2)^2 = 884 \Rightarrow x = -20, x = 22$$

Hay dos soluciones:

Número menor: $-22 \Rightarrow$ número mayor: -20

Número menor: $20 \Rightarrow$ número mayor: 22

- 53** En la ecuación $8x^2 - 18x + k = 0$, halla el valor de **k** de forma que una solución sea el doble de la otra.

Solución:

Sean las soluciones $x_1, x_2 = 2x_1$

$$x_1 + x_2 = -b/a \Rightarrow 3x_1 = 9/4 \Rightarrow x_1 = 3/4$$

$$x_1 \cdot x_2 = c/a \Rightarrow 2x_1^2 = k/8$$

$$9/8 = k/8$$

$$k = 9$$

Para $k = 9$ las soluciones son $x_1 = 3/4, x_2 = 3/2$

- 47** Calcula dos números naturales consecutivos tales que su producto sea 132

Solución:

$$x(x + 1) = 132 \Rightarrow x = -12 \text{ y } x = 11$$

Hay dos soluciones:

Número menor = -12 , número mayor = -11

Número menor = 11 , número mayor = 12

- 48** Un triángulo rectángulo tiene un área de 44 m^2 . Calcula la longitud de los catetos si uno de ellos mide 3 m más que el otro.

Solución:



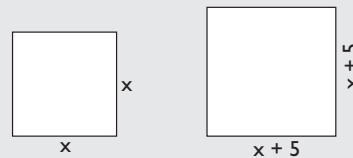
$$\frac{x(x + 3)}{2} = 44 \Rightarrow x = -11 \text{ y } x = 8$$

La solución negativa no tiene sentido.

Los catetos miden: 8 m y 11 m

- 51** De un tablero de 2400 cm^2 se cortan dos piezas cuadradas, una de ellas con 5 cm más de lado que la otra. Si las tiras de madera que sobran miden 1283 cm^2 , ¿cuánto miden los lados de las piezas cuadradas cortadas?

Solución:



$$x^2 + (x + 5)^2 + 1283 = 2400 \Rightarrow x = -26, x = 21$$

La solución negativa no tiene sentido.

Las piezas son de 21 cm de lado y de $21 + 5 = 26$ cm de lado respectivamente.

- 52** Halla el valor de **k** en la siguiente ecuación de forma que su solución sea 2:

$$kx - 3 = 3x - 1$$

Solución:

$$2k - 3 = 6 - 1$$

$$k = 4$$

- 54** Una solución de la ecuación $10x^2 - 11x - 6 = 0$ es $3/2$. Calcula la otra solución sin resolver la ecuación.

Solución:

$$3/2 + x_2 = -b/a$$

$$3/2 + x_2 = 11/10$$

$$x_2 = 11/10 - 3/2 = -2/5$$

55 $2x^2 + x - 6 = 0$

Solución:

$x_1 = -2, x_2 = 3/2$

56 $5x^2 - 7x + 2 = 0$

Solución:

$x_1 = 2/5, x_2 = 1$

57 $x^2 - 169 = 0$

Solución:

$x_1 = -13, x_2 = 13$

58 $3x^2 - 11x + 6 = 0$

Solución:

$x_1 = 2/3, x_2 = 3$

59 $5x^2 - 9x = 0$

Solución:

$x_1 = 0, x_2 = 9/5$

60 $x^2 = 4x$

Solución:

$x_1 = 0, x_2 = 4$

61 $25x^2 - 25x + 4 = 0$

Solución:

$x_1 = 4/5, x_2 = 1/5$

62 $4x^2 - 81 = 0$

Solución:

$x_1 = -9/2, x_2 = 9/2$

63 $6x^2 + 11x - 2 = 0$

Solución:

$x_1 = -2, x_2 = 1/6$

64 $4x^2 + 9x = 0$

Solución:

$x_1 = 0, x_2 = -9/4$

65 $4x^2 - 7x + 3 = 0$

Solución:

$x_1 = 3/4, x_2 = 1$

66 $9x^2 - 1 = 0$

Solución:

$x_1 = -1/3, x_2 = 1/3$

67 $4x^2 - 8x + 3 = 0$

Solución:

$x_1 = 3/2, x_2 = 1/2$

68 $5x^2 + x = 0$

Solución:

$x_1 = -1/5, x_2 = 0$

69 $x^2 - 9x + 20 = 0$

Solución:

$x_1 = 5, x_2 = 4$

70 $4x^2 + 3x - 10 = 0$

Solución:

$x_1 = -2, x_2 = 5/4$

71 $25x^2 - 1 = 0$

Solución:

$x_1 = -1/5, x_2 = 1/5$

72 $9x^2 - 18x - 7 = 0$

Solución:

$x_1 = -1/3, x_2 = 7/3$

73 $5x^2 + 8x - 4 = 0$

Solución:

$x_1 = -2, x_2 = 2/5$

74 $x + 4x^2 = 0$

Solución:

$x_1 = -1/4, x_2 = 0$

75 $4x^2 - 17x + 15 = 0$

Solución:

$x_1 = 3, x_2 = 5/4$

76 $7x^2 - 5x - 2 = 0$

Solución:

$x_1 = -2/7, x_2 = 1$

77 $(3x - 1)^2 = 0$

Solución:

$x_1 = x_2 = 1/3$

78 $x(x - 3) = 0$

Solución:

$x_1 = 0, x_2 = 3$

79 $(x - 1)(2x - 3) = 0$

Solución:

$x_1 = 1, x_2 = 3/2$

80 $(x + 2)(x - 2) = 2(x + 3) + 5$

Solución:

$x_1 = -3, x_2 = 5$

81 $2x(x + 1) - (6 + x) = (x + 3)(x - 2)$

Solución:

$x_1 = x_2 = 0$

82 $\frac{x^2}{6} + \frac{x}{3} = \frac{x^2}{4} + \frac{1}{3}$

Solución:

$x_1 = x_2 = 2$

83 $x^2 + \frac{3x}{5} - \frac{26}{5} = 0$

Solución:

$x_1 = -13/5, x_2 = 2$

84 $x^2 - \frac{3x}{4} - \frac{5}{8} = 0$

Solución:

$x_1 = -1/2, x_2 = 5/4$

85 $x^2 - \frac{2x}{3} = \frac{8}{3}$

Solución:

$x_1 = 2, x_2 = -4/3$

86 $x^2 - \frac{10x}{3} - \frac{8}{3} = 0$

Solución:

$x_1 = -2/3, x_2 = 4$

87 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = \frac{x}{2}$

Solución:

$x_1 = -1/2, x_2 = 3$

88 $6x^2 + 5 = 5x^2 + 8x - 10$

Solución:

$x_1 = 5, x_2 = 3$

89 $10x^2 - 23x = 4x^2 - 7$

Solución:

$x_1 = 1/3, x_2 = 7/2$

90 $(x - 7)^2 - 81 = 0$

Solución:

$x_1 = -2, x_2 = 16$

91 $\frac{x^2 - 4x + 1}{2} = \frac{2x^2 - 4x - 3}{5}$

Solución:

$x_1 = 11, x_2 = 1$

92 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 + 4x - 12 = 0$

b) $\frac{x^2 + 5x}{5} = \frac{4 + 10x}{10} + \frac{7x}{15}$

Solución:

a) $x_1 = -6, x_2 = 2$

b) $x_1 = -2/3, x_2 = 3$

93 Justifica el número de soluciones que tienen las siguientes ecuaciones, sin resolver éstas:

a) $x^2 - 5x + 7 = 0$

b) $3x^2 - 12x + 8 = 0$

c) $x^2 - 4x = 0$

d) $9x^2 + 24x + 16 = 0$

Solución:

a) $\Delta = 25 - 28 = -3 < 0 \Rightarrow$ No tiene solución real.

b) $\Delta = 144 - 96 = 48 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.

c) $\Delta = 16 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.

d) $\Delta = 576 - 576 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución doble.

94 Encuentra un número tal que multiplicado por su cuarta parte sea igual al doble del número menos 3 unidades.**Solución:**Número: x

$x \cdot \frac{x}{4} = 2x - 3 \Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$

$x_1 = 2, x_2 = 6$

Hay dos soluciones: El número 2 y el número 6