

EJERCICIOS NÚMEROS REALES

1º BACHILLERATO CC Salud y Tecnológico

1.3 Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales.

a) $-0,1234567891011\dots$

c) $8,023023023\dots$

b) $\sqrt{6} = 2,4494897427\dots$

d) $\sqrt[3]{8} = 2$

1.7 Representa en la recta real estos números.

a) $-5, -\frac{2}{3}, \frac{4}{7}$ y $\frac{11}{4}$

b) $\sqrt{3}, \sqrt{10}, \sqrt{13}$

1.8 Realiza las siguientes operaciones en donde aparecen valores absolutos.

a) $\| -4 \| + \| -4 \|$

b) $\| -7 \| \cdot \| 2 \| - \| -3 \|$

1.9 Expresa de otras dos formas estos intervalos, e identifica cuáles son entornos.

a) $(3, 9]$

b) $-2 < x < 9$

c) $[-7, -4]$

1.11 Realiza estas operaciones expresando el resultado como una única potencia.

a) $3^3 \cdot 3^{-2} \cdot 3$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^0 : \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

e) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-1} \cdot 2^{-2}$

c) $3^5 \cdot 3^{-3} : 3^{-2}$

f) $(4^2)^2 \cdot 4^{-1} : 4 \cdot 4^3$

1.12 Expresa en notación científica estas cantidades.

a) Longitud de un paramecio: 0,000025 metros

b) Edad del universo: 15 000 millones de años

1.13 Calcula:

a) $3,62 \cdot 10^{12} - 2,4 \cdot 10^{12}$

c) $(4,35 \cdot 10^8) \cdot (2,1 \cdot 10^7)$

b) $2,45 \cdot 10^8 + 6,12 \cdot 10^7$

d) $(4,6 \cdot 10^{17}) : (8 \cdot 10^{12})$

1.14 Reduce a índice común y ordena de menor a mayor los siguientes radicales.

a) $\sqrt{3}, \sqrt[5]{2}, \sqrt[10]{5}$

b) $3, \sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[6]{3}$

1.16 De los siguientes pares de potencias, ¿cuáles son equivalentes?

a) $21^{\frac{1}{5}}$, $21^{\frac{2}{10}}$

c) $7^{\frac{2}{4}}$, $7^{\frac{15}{30}}$

b) $13^{\frac{5}{8}}$, $13^{\frac{6}{7}}$

d) $10^{\frac{2}{3}}$, $10^{0.666\dots}$

1.17 Expresa los siguientes radicales como potencias y, si es posible, simplifícalas.

a) $\sqrt[3]{64}$

c) $\sqrt[4]{49}$

b) $\sqrt{27}$

d) $\sqrt[6]{4096}$

1.18 Escribe tres potencias equivalentes a:

a) $3^{\frac{1}{2}}$

b) $7^{\frac{1}{5}}$

1.21 Haz las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{3}$

c) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{2}$

b) $\sqrt[4]{8} : \sqrt[4]{2}$

d) $\sqrt[3]{10} : \sqrt{5}$

1.22 Realiza las operaciones siguientes.

a) $\sqrt[10]{4} \cdot \sqrt[5]{9} : \sqrt{3}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}$

b) $(\sqrt[3]{2^2})^2$

d) $(\sqrt[3]{\sqrt[3]{27}})^2$

1.23 Simplifica extrayendo factores.

a) $\sqrt{180}$

c) $\sqrt[3]{72}$

b) $\sqrt[4]{162}$

d) $\sqrt[3]{24000}$

1.24 Introduce los factores enteros en los radicales.

a) $2\sqrt{5}$

c) $10\sqrt[3]{2}$

b) $11\sqrt{7}$

d) $5\sqrt[4]{2}$

1.25 Opera y simplifica.

a) $\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{50}$

b) $\sqrt{20} - 6\sqrt{45} + \sqrt{80}$

c) $\sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{162} + 3\sqrt[4]{48}$

1.26 Racionaliza las siguientes expresiones.

a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[3]{12}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[4]{72}}$

d) $\frac{1}{\sqrt[4]{200}}$

1.27 Racionaliza y simplifica.

a) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

c) $\frac{1}{1 - \sqrt{2}}$

1.29 Usando la definición de logaritmo, halla x .

a) $\log_x 36 = 2$

b) $-2 = \log_x \frac{1}{25}$

c) $-\frac{1}{3} = \log_{27} x$

1.31 Sabiendo que $\log 5 = 0,7$, calcula:

a) $\log 0,125$

b) $\log 2$

c) $\log 500$

d) $\log \sqrt[3]{25}$

1.32 Mediante un cambio de base y la calculadora, halla:

a) $\log_3 20$

b) $\log_5 15$

c) $\log_{0,5} 10$

d) $\log_{0,1} 2$

e) $\log_4 11$

f) $\log_7 60$

1.33 Toma logaritmos en estas expresiones.

a) $A = \frac{100bc^3}{\sqrt{d}}$

b) $B = \frac{x^2 y}{10\sqrt[3]{z}}$

1.34 Toma antilogaritmos en estas expresiones.

a) $\log A = 3 \log b + \log c - 2$

b) $\log B = 4 \log x - \log y - \frac{\log z}{3}$

1.35 Demuestra la igualdad siguiente, siendo n cualquier número natural.

$$1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

1.42 Indica si los siguientes números son racionales o irracionales.

a) 5,372 727 272...

b) 0,127 202 002 000...

c) 3,545 445 444 5...

d) 8,666 126 712 67...

1.45 Realiza las siguientes operaciones.

a) $|-7 + 2|$

c) $\| -9 + |2| -5 \|$

b) $\| -5 | - | -8 \|$

d) $|-9||5 - 3| - |-4| : |-2|$

1.46 Expresa mediante desigualdades y también gráficamente en la recta real los siguientes intervalos y semirrectas.

a) $[-1, +\infty)$

c) $(-\infty, 3)$

b) $(-2, 0]$

d) $[4, 8]$

1.48 Representa en la recta real el intervalo $A = [-2, 5]$ y la semirrecta $B = (3, +\infty)$.

¿Existe algún intervalo de puntos común a ambos? En caso afirmativo, hállalo.

1.49 Escribe los siguientes números como potencias cuya base sea un número primo.

a) 8, 125, 243, 1024, 2401

b) $\frac{1}{625}, \frac{1}{343}, \frac{1}{256}, \frac{1}{81}, \frac{1}{32}$

1.50 Haz estas operaciones con potencias.

a) $4^{-3} \cdot 4^2 : (4)^{-1}$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^2$

c) $5^{-3} \left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \right]^2$

1.51 Escribe en notación científica los números:

a) 5 182 000 000 000

c) 835 000 000 000 000

b) 0,000 000 000 369

d) 0,000 000 000 003 51

1.52 Ordena de mayor a menor estos radicales.

a) 3, $\sqrt{10}$, $\sqrt[3]{26}$

b) $\sqrt{2}$, $\sqrt[4]{5}$, $\sqrt[5]{12}$

1.53 Calcula el valor de las siguientes potencias.

a) $25^{\frac{3}{2}}$

c) $16^{0,25}$

b) $343^{\frac{2}{3}}$

d) $27^{0,3333\dots}$

1.54 Efectúa las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{27}$

e) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{8} : \sqrt[3]{4}$

b) $\sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{200}$

f) $\sqrt{12} : \sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[6]{2}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{392}$

g) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}}$

d) $\sqrt[4]{2187} : \sqrt{108}$

h) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{64}}\right)^2$

1.55 Opera y simplifica.

a) $2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{80}$

b) $4\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

c) $\sqrt{27} - 2\sqrt{32} + \sqrt{180}$

d) $3\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} - 5\sqrt[3]{375}$

1.56 Racionaliza las siguientes expresiones.

a) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

e) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$

d) $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

1.57 Calcula los siguientes logaritmos.

a) $\log_2 32$

$\log_3 729$

$\log_{10} 1\,000\,000$

b) $\log_2 \frac{1}{16}$

$\log_3 \frac{1}{81}$

$\log_{10} \frac{1}{1000}$

c) $\log_2 \sqrt{8}$

$\log_3 \sqrt[3]{243}$

$\log_{10} \sqrt[5]{100}$

d) $\log_{\frac{1}{2}} 32$

$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$

$\log_{\frac{1}{10}} \sqrt[3]{100\,000}$

1.58 Encuentra el valor de x .

a) $\log_x 125 = 3$

c) $\log_x \frac{1}{16} = -8$

b) $-3 = \log_x 2$

d) $-\frac{1}{3} = \log_{27} x$

1.59 Si $\log 8 = 0,9031$, halla:

a) $\log 800$

c) $\log 0,64$

e) $\log 5$

b) $\log 2$

d) $\log 40$

f) $\log \sqrt[5]{8}$

1.60 Utilizando las propiedades de los logaritmos y siendo $\log x = 0,70$ y $\log y = 1,18$, calcula:

a) $\log(x^2 y)$

b) $\log\left(\frac{x^3}{y^2}\right)$

c) $\log\left(\sqrt{x^3 y^2}\right)$

1.62 Transforma estas expresiones algebraicas en logarítmicas.

a) $A = \frac{x^2 y^3 z^5}{t^4}$

c) $C = \frac{\sqrt{x} y z^2}{10 t^3}$

b) $B = \frac{100 x^3 y}{t^2}$

d) $D = \frac{\sqrt{x^3 y^2} z^{\frac{3}{4}}}{t^{\frac{2}{3}}}$

1.63 Tomando antilogaritmos, convierte en algebraicas las siguientes expresiones.

a) $\log A = 3 \log x + 2 \log y - 5 \log z$

b) $\log B = \frac{3}{2} \log x + \log y - \frac{2}{3} \log z - 2$

¿Qué intervalo se puede expresar mediante la desigualdad $|x - 3| \leq 2$?

1.71 Di si son ciertas o no estas afirmaciones.

- a) Entre dos números reales siempre hay otro.
- b) El logaritmo de un número nunca es negativo.
- c) El logaritmo de un número negativo no existe.
- d) En el intervalo $(-4, -3)$ no hay números enteros, pero sí racionales.
- e) $|x| = -x$ para ciertos valores de x .

1.80 Un profesor escribe en la pizarra la siguiente operación: $\sqrt[5]{8^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$. Y pide a la mitad de la clase que la desarrollen en forma de radicales, y a la otra mitad, que lo hagan en forma de potencia. ¿Qué resultado obtendrá cada una de las partes de la clase?

1.83 En un terremoto aparecen dos tipos de ondas sísmicas: las P , longitudinales y de velocidad de propagación rápida, y las ondas S , transversales y de velocidad menor. En la escala de Richter, la magnitud de un terremoto se calcula como:

$$M = \log A + 3 \log (8t) - 2,92$$

Donde A es la amplitud en milímetros de las ondas S (medidas en el sismógrafo), y t , el tiempo transcurrido, en segundos, entre la aparición de las ondas P y las S .

a) Copia y completa la tabla, calculando las características para tres sismos diferentes.

	t (s)	A (mm)	M
1	8	15	
2	15		4
3		45	7

b) Calcula la relación entre las amplitudes de dos terremotos de magnitudes 6 y 9. (Suponemos el mismo valor para t .)

1.95 Calcula a , b , c y d en esta igualdad.

$$\sqrt{10^4 \cdot 14^6 \cdot 81^{12}} = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d$$

1.99 El decibelio es la unidad que se usa para medir la sonoridad, $\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, esto es, el volumen con que percibimos un sonido determinado, donde I es la intensidad sonora, e $I_0 = 10^{-12}$ vatios por metro cuadrado (W/m^2), la intensidad umbral que el oído humano puede percibir.

- a) Calcula β para sonidos con intensidades de 10^{-6} y $10^{-9} W/m^2$, respectivamente.
- b) Si el umbral del dolor para el ser humano está en 120 decibelios, determina qué intensidad debe tener un sonido para alcanzar dicho umbral.