

**EJERCICIOS TRIGONOMETRÍA – TEMAS 4 Y 5****CAMBIOS DE UNIDADES**

EJERCICIO 1 : Expresa en radianes las medidas de los siguientes ángulos:

- a)  $45^\circ$                       b)  $120^\circ$                       c)  $690^\circ$                       d)  $1470^\circ$

EJERCICIO 2 : Expresa en grados los siguientes ángulos:

- a) 3 rad                      b) 2,5 rad                      c)  $\frac{7\pi}{2}$  rad                      d)  $\frac{\pi}{5}$  rad

EJERCICIO 3 : Calcular  $3\pi/4$  rad + 0,5 rectos +  $50^\circ 40' 3''$  expresándolo en radianes.

**OPERAR CON ÁNGULOS CONOCIDOS**

EJERCICIO 4 : Halla, sin utilizar la calculadora, el cuadrante y las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

- a)  $135^\circ$                       b)  $450^\circ$                       c)  $210^\circ$                       d)  $-60^\circ$

EJERCICIO 5 : Calcula, razonadamente, las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

- a)  $1035^\circ$                       b)  $-3400^\circ$                       c)  $10.000^\circ$                       d)  $2700^\circ$

EJERCICIO 6 : Calcula los valores de las siguientes expresiones, sin calculadora:

- a)  $2 \cdot \operatorname{tag} 30^\circ + 5 \cdot \operatorname{tag} 240^\circ - \cos 270^\circ$   
 b)  $\cos 60^\circ + \operatorname{sen} 150^\circ + \operatorname{sen} 210^\circ + \cos 240^\circ$

EJERCICIO 7 : Calcular las razones trigonométricas de  $120^\circ$ .

EJERCICIO 8 : Sabiendo que  $\operatorname{sen} 25^\circ = 0,42$ ,  $\cos 25^\circ = 0,91$  y  $\operatorname{tag} 25^\circ = 0,47$ , halla (sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora) las principales razones trigonométricas de  $155^\circ$  y de  $205^\circ$ .

EJERCICIO 9 : Calcula las principales razones trigonométricas de  $130^\circ$  y de  $230^\circ$ , sabiendo que:  $\operatorname{sen} 40^\circ = 0,64$ ;  $\cos 40^\circ = 0,77$ ;  $\operatorname{tg} 40^\circ = 0,84$

**CAMBIO DE CUADRANTES**

EJERCICIO 10 : Sabiendo que  $\sec \alpha = -4$  y  $0 < \alpha < \pi$ , calcular:

- a)  $\operatorname{cosec} (3\pi/2 + \alpha)$                       b)  $\operatorname{sen} (\pi/2 - \alpha)$                       c)  $\operatorname{tag}(630^\circ - \alpha)$

EJERCICIO 11 : Sabiendo que  $\operatorname{sen} \alpha = 2/3$  y  $\pi/2 < \alpha < 3\pi/2$ . Calcular:

- a)  $\cos (3\pi/2 + \alpha)$                       b)  $\operatorname{tag} (\pi - \alpha)$

EJERCICIO 12 : Sabiendo que  $\cos \alpha = -2/3$  y  $\pi < \alpha < 2\pi$ . Calcular, sin calculadora:

- a)  $\cos (3\pi/2 - \alpha)$                       b)  $\operatorname{tag} (\pi + \alpha)$

EJERCICIO 13 : Sabiendo que  $\cos 53^\circ = 0,6$ . Calcular:

- a)  $\cos 37^\circ$     b)  $\operatorname{sen} 143^\circ$     c)  $\operatorname{tag} 127^\circ$     d)  $\operatorname{cotag} 233^\circ$     e)  $\sec (-53^\circ)$

EJERCICIO 14 : Sabiendo que  $\operatorname{tag} \alpha = 1/2$  y que  $\pi < \alpha < 3\pi/2$ , calcular:

a)  $\sin(\pi/2 + \alpha)$       b)  $\cos(\pi + \alpha)$       c)  $\tan(\pi/2 - \alpha)$       d)  $\sec(360^\circ - \alpha)$

**EJERCICIO 15** : Sabiendo que  $\cotag \alpha = -2$  y que  $\pi < \alpha < 2\pi$ , calcular:

a)  $\cos(\pi/2 + \alpha)$       b)  $\sin(\pi + \alpha)$       c)  $\cotag(\pi/2 - \alpha)$

**EJERCICIO 16** : Sabiendo que  $\sin(\pi/2 + \alpha) = -1/3$  . Calcular  $\sin \alpha$  y  $\cos \alpha$  ( $\alpha$  pertenece al 2º cuadrante)

**EJERCICIO 17** : Hallar el valor de la expresión  $\frac{\sin(\pi/2 + x) + \cos(\pi - x) + \sin(\pi - x)}{\cos(-x) + \sin(-x)}$

**EJERCICIO 18** : Calcular el valor de la expresión:  $\frac{\cot \operatorname{ag}(\pi/2 - x) \cdot \sin(\pi/2 + x)}{2 \cdot \tan(\pi - \alpha)}$

**EJERCICIO 19** : Hallar el valor de :  $\frac{\tan(\pi - x) \cdot \cos(-x)}{\cot \operatorname{ag}(\pi + x) \cdot \cos(\pi/2 - x)}$

## FÓRMULAS TRIGONOMÉTRICAS

**EJERCICIO 20** : Sea  $\pi/2 < \alpha < 2\pi$  tal que  $\operatorname{tg} \alpha = 3/4$  calcular, sin utilizar la calculadora, el valor y el cuadrante de :

a)  $\sin(x/2)$       b)  $\operatorname{tg}(x + 3\pi/4)$

**EJERCICIO 21** : Si  $\cos x = -4/5$  y  $\pi \leq x \leq 2\pi$  Calcular, sin utilizar la calculadora, el cuadrante y el valor de  $\cos(x/2)$  y  $\sin(2x)$

**EJERCICIO 22** : Conociendo  $\sin x = -3/5$  y sabiendo  $\pi/2 \leq x \leq 3\pi/2$ , calcular, sin utilizar la calculadora, el valor y el cuadrante de:

a)  $\operatorname{tg}(x - \pi/4)$       b)  $\sin(x/2)$

**EJERCICIO 23** : Si  $\cos \alpha = -5/13$  y  $\pi < \alpha < 2\pi$ . Calcular, sin utilizar la calculadora, el valor y el cuadrante al que pertenecen los siguientes ángulos.

a)  $\sin(2\alpha)$       b)  $\operatorname{tg}(\alpha/2)$

**EJERCICIO 24** : Si  $x$  es un ángulo comprendido entre  $\pi/2$  y  $3\pi/2$  y su seno vale  $3/5$ . Calcular, sin utilizar la calculadora, el  $\sin(2x)$  y  $\cos(x/2)$ . Razona los signos.

**EJERCICIO 25**: Si  $\sin x = -3/5$   $90^\circ \leq x \leq 270^\circ$  Calcular y razona en que cuadrante están:

a)  $\sin(x/2)$       b)  $\cos(2x)$

**EJERCICIO 26** : Sabiendo que  $\pi/2 < \alpha < 3\pi/2$  y  $\sin \alpha = 1/3$

a) Hallar el cuadrante y el resto de razones trigonométricas de  $\alpha$

b) Hallar el cuadrante y el valor del  $\cos(2\alpha)$

c) Hallar el cuadrante y el valor del  $\sin(\alpha/2)$

a) Hallar el cuadrante y el valor de  $\operatorname{tg}(\alpha - \pi/4)$

**EJERCICIO 27** : Sabiendo que  $90^\circ < x < 270^\circ$  y  $\sin x = -2/5$ , hallar, sin utilizar calculadora, el cuadrante y el valor de : a)  $\sin(2x)$       b)  $\cos(x/2)$       c)  $\operatorname{ctg}(x + 45^\circ)$

**SIMPLIFICAR****EJERCICIO 28** : Simplificar las siguientes expresiones trigonométricas

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \frac{(1 - \operatorname{tag}^2 x) \operatorname{sen} x \cdot \sec^2 x}{(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) \operatorname{tag} x} & \text{b) } \frac{\operatorname{sen}(\pi + x) \operatorname{tag}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{\sec^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot (1 - \cos^2 x) \cos x} - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \\
 \text{c) } \frac{1}{1 - \operatorname{sen} x} + \frac{1}{1 + \operatorname{sen} x} - 2 & \text{d) } \left[ \frac{\sec x}{1 + \operatorname{tag}^2 x} \right] : \left[ (\operatorname{sen} x + \cos x)^2 - (\operatorname{sen} x - \cos x)^2 \right]
 \end{array}$$

**DEMOSTRAR IDENTIDADES****EJERCICIO 29** : Comprobar si son ciertas las siguientes identidades trigonométricas:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \frac{1 - \operatorname{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} = \cos \alpha & \text{b) } \operatorname{tag} x + \frac{1}{\operatorname{tag} x} = \operatorname{tag} x \cdot \frac{1}{1 - \cos^2 x} \\
 \text{c) } \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{tag}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} & \text{d) } 1 + \frac{1}{\operatorname{tag}^2 x} = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x}
 \end{array}$$

**EJERCICIO 30** : Demuestra las siguientes igualdades:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \frac{\operatorname{sen} x \cos x}{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x & \text{b) } \operatorname{sen}(x + y) \cdot \operatorname{sen}(x - y) = \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 y \\
 \text{c) } \cos(x + 45^\circ) \cdot \cos(x - 45^\circ) = \frac{1}{2} \cos 2x & \text{d) } \frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{5 \cos x + 1}{2} \\
 \text{e) } \cos x + 2 \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} = 1 & \text{f) } \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x} = \frac{4 + 4 \cos x}{2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x}
 \end{array}$$

**ECUACIONES****EJERCICIO 31** : Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \operatorname{tag}^2 x - \operatorname{tag} x = 0 & \text{b) } 2 \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x + 1 = 0 & \text{c) } 2 \operatorname{sen} x \cdot \cos^2 x - 6 \operatorname{sen}^3 x = 0 \\
 \text{d) } \cos(2x + 20^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2} & \text{e) } 3 \sec x - 2 \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{tag} x = -3 & \text{f) } \operatorname{sen}^2 x + \frac{1}{\sec x} = \frac{5}{4}
 \end{array}$$

**EJERCICIO 32** : Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \cos 2x = 3 \operatorname{sen} x - 1 & \text{b) } \operatorname{sen}^2 x = 1 + \cos^2 x & \text{c) } (\operatorname{sen}^2 x) - 1 = 2 \cos^2 x \\
 \text{d) } \operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x + 2 \operatorname{sen}^2 x = 0 & \text{e) } 2 - 4 \cos^2 x = 2 \operatorname{sen} x & \text{f) } \cos 2x + \operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{2} = 0 \\
 \text{g) } \operatorname{sen}(x + 45^\circ) + \operatorname{sen}(x - 45^\circ) = 1 & \text{h) } \cos^2 \frac{x}{2} \cos x = \frac{1}{4} & \text{i) } \cos 2x + \cos^2 x = 2 \\
 \text{j) } \cos(6x) + \cos(8x) = -\sqrt{3} \cdot \cos x & \text{k) } \cos 5x + \cos 3x = \sqrt{2} \cdot \cos 4x
 \end{array}$$

**REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS****EJERCICIO 33** : Representa gráficamente y estudia las propiedades de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } y = \cos(x + \pi) & \text{b) } y = \operatorname{sen} x + 1
 \end{array}$$

**PROBLEMAS**

**EJERCICIO 34** : Un barco, pide socorro recibíéndose la señal en dos estaciones A y B que distan entre sí 45 Km. Desde cada estación se miden los ángulos  $BAC = 44^\circ 55'$  y  $ABC = 52^\circ 16'$ . ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada estación?

**EJERCICIO 35** : Tres puntos A, B y C están unidos por carreteras rectas y llanas. La distancia AB es de 6 Km, la de BC es de 9 Km, el ángulo que forman AB y BC es de  $120^\circ$ . ¿Cuál es la distancia de A a C?. Calcular los otros dos ángulos.

**EJERCICIO 36** : Desde dos puntos situados en la misma orilla de un río y separados entre si 30 m se observa un árbol situado en la otra orilla. La distancia del primer punto al pie del árbol es de 24 m y el ángulo que forma la visual del segundo punto con respecto al árbol es de  $45^\circ 37'$ . Calcular la distancia del segundo punto al árbol y el ángulo que forma la visual del primer punto.

**EJERCICIO 37** : Resolver el siguiente triángulo:  $A = 30^\circ$ ,  $a = 40$  m,  $b = 65$  m. Calcular su área. ( Enuncia los resultados teóricos que utilices ).

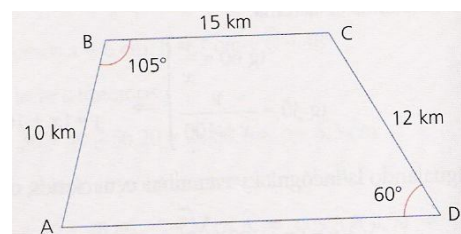
**EJERCICIO 38** : Dos amigos parten de un mismo punto en dirección a dos ciudades situadas a 200 y 300 Km, respectivamente, del punto de partida. El ángulo que forman dichas carreteras es de  $60^\circ$ . En sus coches llevan un teléfono móvil que tiene un radio de alcance de 250 Kms. ¿Podrán ponerse en contacto cuando lleguen a su destino?. Calcular los otros dos ángulos.

**EJERCICIO 39** : Dos asistentes a una conferencia se sitúan en las dos butacas extremas de una fila. Cada uno desde su posición, mide el ángulo que determinan el conferenciante y el otro asistente obteniéndose resultados de  $37^\circ$  y  $42^\circ$ . ¿A qué distancia está cada uno de ellos del conferenciante?. ¿A qué distancia se encuentran ambos del escenario?. Desde una butaca a la otra hay una distancia de 30 m.

**EJERCICIO 40** : Una antena de telefonía móvil está sujeta al suelo con dos cables desde su punto más alto, y uno de los cables tiene doble longitud que el otro. Los puntos de sujeción de los cables al suelo están alineados con el pie de la antena, la distancia entre dichos anclajes es de 70 metros y el ángulo formado por los cables es de  $120^\circ$ . Calcula la longitud de cada uno de los cables y la altura de la antena de telefonía.

**EJERCICIO 41** : De un triángulo ABC sabemos que  $a = 12$  cm,  $b = 18$  cm y  $A + B = 110^\circ$  ¿Cuánto valen A y B?

**EJERCICIO 42** : En un mapa de carreteras observamos los pueblos A, B, C y D como se indica en la figura. Por un error no aparece la distancia entre los pueblos A y D, pero si las distancias y ángulos que forman las carreteras que los unen. Calcula la distancia entre los pueblos A y D.



**EJERCICIO 43** : En una circunferencia de radio 10 cm trazamos la cuerda AB de 8 cm. Si O es el centro de la circunferencia, halla el ángulo AOB.

**EJERCICIO 44** : Desde una carretera se ve el punto más alto de una montaña, y la visual de dicho punto forma un ángulo de  $40^\circ$  con la horizontal. La carretera avanza hacia la montaña en línea recta, y después de avanzar 5 Km, vemos que la visual con el pico y la horizontal forma un ángulo de  $75^\circ$ . ¿Qué altura tiene la montaña?