NOMBRE Y APELLIDOS: CORRECCIÓN

1.-Dadas las funciones f(x)= $\dfrac{2x-1}{3-5x}$ y g(x)= $\sqrt{\dfrac{1}{x}}$, se pide: a) Hallar (g∘f)(x) y su dominio b) $f^{-1}(x)$

(1.5 puntos)

2.-Dada la f(x)= $\dfrac{3x^2}{x-1}$ .Se pide:

a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Extremos (máximo y mínimos).
b) Asíntotas.
c) Representación

(2 puntos)

3.-Calcular el siguiente límite: $\lim_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+5}\right)^{\frac{x+1}{2}}$ (0.75 punto)

4.- Dada la función:

$$f(x)\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x+3} & x<3\\[2ex] \dfrac{2-\sqrt{x+1}}{x^2-3x} & 3\le x\le 8\\[2ex] \dfrac{1}{8-x} & x>8\end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de la siguiente función en x= 3 y x=8, indicando cuando proceda el **tipo de discontinuidad** de la que se trata.
b) Indica si existe otro punto distinto a los anteriores donde la función sea discontinua indicando en su caso el tipo de discontinuidad .

(1.5 puntos)

5.-Determinar la ecuación de la recta tangente a f(x)= $\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$ en x_0=2. (1 punto)

6.-Derivar las funciones, operando al máximo el resultado: a) f(x) = $\dfrac{x.Lnx}{e^{2x}}$ b) f(x) = L$(sen^2 5x)$

(1 puntos)

7.-Dados los vértices del triángulo A(3,1),B(2,3) y C(1,-2). Determinar:
a) El área del triángulo.
b) La ecuación general de la altura trazada desde el vértice A. (1.25 puntos)

8.- Resolver la siguiente ecuación trigonométrica sen 2x – cos x = 0 (1 puntos)

nº1 (a) $(g\circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\dfrac{2x-1}{3-5x}\right) = \sqrt{\dfrac{3-5x}{2x-1}}$.

$\Rightarrow$ Dom$(g\circ f)(x)$ $\begin{cases} x\neq 0 \\ \dfrac{3-5x}{2x-1}\geq 0 \end{cases}$ $-$ 1/2 $+$ 3/5 $-$ Dom$(g\circ f)(x) = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{5}\right]$ //

(b) $y=\dfrac{2x-1}{3-5x} \Rightarrow 3y-5xy = 2x-1 \Rightarrow -5xy-2x = -1-3y \Rightarrow x(5y+2) = 1+3y$

$\Rightarrow x = \dfrac{1+3y}{5y+2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{1+3x}{5x+2}$ //

nº2 $y=\dfrac{3x^2}{x-1} \Rightarrow y' = \dfrac{6x(x-1)-3x^2}{(x-1)^2} = \dfrac{3x^2-6x}{(x-1)^2}$

Posibles extremos: $y'=0 \Rightarrow 3x(x-2)=0 \begin{cases} x=0 // \\ x=2 // \end{cases}$

$\boxed{\text{Sig } y' = \dfrac{3x(x-2)}{(x-1)^2 \oplus}}$ $+$ 0 $-$ 1 $-$ 2 $+$ ↗ ↘ ↘ ↗

no mueve signo al estar al cuadrado

(a) Dom $f(x) = \mathbb{R} - \{1\}$

MAX (0, 0) //, MIN (2, 12) //; CRECE $(-\infty, 0)\cup(2,\infty)$ //; DECRECE: $(0,1)\cup(1,2)$ //

nº2 (b)

ASÍNTOTAS

A. verticales: $x=1$. $\lim_{x\to1^+}\frac{3x^2}{x-1}=+\infty$; $\lim_{x\to1^-}\frac{3x^2}{x-1}=-\infty$

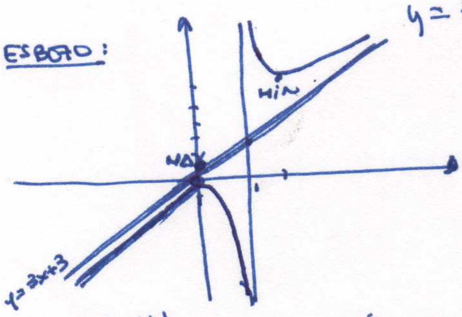
A. Horizontal: $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2}{x-1}=\infty$ no tiene

A. Oblicuas: $y=mx+n$; $m=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2}{x^2-x}=3$; $n=\lim_{x\to\infty} f(x)-mx=\lim\frac{3x^2}{x-1}-3x=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{3x^2}-\cancel{3x^2}+3x}{x-1}=$

$y=3x+3$

(c)

ESBOZO:



$y=3x+3$

x	y
0	3
1	4

nº3 $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x+5}\right)^{\frac{x+1}{2}}=1^\infty=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2x+3}{2x+5}-1\right)^{\frac{x+1}{2}}=\lim_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{2x+5}{-2}}\right)^{\frac{2x+5}{-2}}\right]^{\frac{-2}{2x+5}\cdot\frac{x+1}{2}}=e^{\lim_{x\to\infty}\frac{-2x+2}{4x+10}}=e^{-1/2}=\sqrt{e}$

nº4 $x=3$ Discontinuidad de salto finito

(a) 1) $f(3)=\frac{0}{0}\ \nexists$

2) $\lim_{x\to3^-}\frac{x^2-9}{x+3}=\frac{0}{6}=0$

$\lim_{x\to3^+}\frac{2-\sqrt{x+1}}{x^2-3x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3^+}\frac{4-x-1=3-x\quad -1}{x\cancel{(x-3)}(2+\sqrt{x+1})}=\frac{-1}{12}$ $\neq$

$x=8$ Discontinuidad de salto infinito

1) $f(8)=\frac{-1}{46}$

2) $\lim_{x\to8^-}\frac{2-\sqrt{x+1}}{x^2-3x}=-\frac{1}{46}$

$\lim_{x\to8^+}\frac{1}{8-x}=-\infty$

(b) Si, la función es discontinua también en $x=-3$ y presentaría una discontinuidad EVITABLE de ~~salto infinito~~. ya que:

$\lim_{x\to-3^-}\frac{x^2-9}{x+3}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}x-3=-6$ y $\nexists\ f(-3)=\frac{0}{0}$

nº5 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x}}$ $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{2x}}\cdot\cancel{2}$, $f'(2)=\frac{1}{2}=m_{TAG.}$ $y_0=y(2)=\frac{1}{2}$

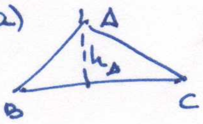
$y-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x-2)\Rightarrow 2y-1=x-2\Rightarrow \boxed{2y-x+1=0}$

nº6 (a) $y=\frac{[x\ln x]'\cdot\cancel{e^{2x}}-2\cancel{e^{2x}}\cdot x\ln x}{(e^{2x})^{\cancel{2}}}=\frac{\ln x+1-2x\ln x}{e^{2x}}$

(b) $y=L(\operatorname{sen}^2 5x)=2\ln\operatorname{sen}5x=2\frac{\cos 5x}{\operatorname{sen}5x}\cdot5=10\operatorname{cotg}5x$

nº7 $A(3,1)$, $B(2,3)$, $C(1,-2)$

(a)



- $|\vec{BC}|=|(-1,-5)|=\sqrt{1+25}=\sqrt{26}$
- $h_A=dist(A,r_{BC})=dist(A(3,1),5x-y-7=0)=\frac{|15-1-7|}{\sqrt{26}}=\frac{7}{\sqrt{26}}$

$r_{BC}\equiv\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{5}$ $\quad 5x-10-y+3=0\Rightarrow 5x-y-7=0$

$S_\Delta=\frac{1}{2}\cdot|\vec{BC}|\cdot h_A=\frac{1}{2}\cdot\cancel{\sqrt{26}}\cdot\frac{7}{\cancel{\sqrt{26}}}=\frac{7}{2}u^2$

(b) $h_A\equiv\frac{x-3}{5}=\frac{y-1}{-1}\to\perp\vec{BC}$ $\Rightarrow -x+3=5y-5\Rightarrow\boxed{x+5y-8=0\equiv h_A}$

nº8 $\operatorname{sen}2x-\cos x=0\Rightarrow 2\operatorname{sen}x\cdot\cos x-\cos x=0\Rightarrow\cos x(2\operatorname{sen}x-1)=0$

$\cos x=0$ $\quad x=\frac{\pi}{2}+k\pi$

$\operatorname{sen}x=\frac{1}{2}$: $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$; $x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$