

SOLUCIONES

Examen de Matemáticas I (1º Bachillerato)

UNIDAD 4: RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

Fecha: 15/12/2009

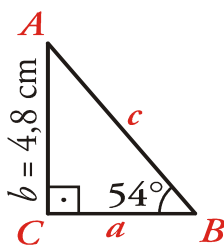
Notas:

- 1) El examen ha de hacerse limpio, ordenado y sin faltas de ortografía.
- 2) El examen ha de realizarse en bolígrafo, evitando tachones en la medida de lo posible.
- 3) Debe aparecer todas las operaciones, no vale con indicar el resultado.
- 4) Los problemas deben contener: Datos, Planteamiento y Resolución, respondiendo a lo que se pregunte, no vale con indicar un número como solución del problema.

1. Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54° . Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo. (1.25p)

Solución:

Como el triángulo es rectángulo, los ángulos son:



$$\hat{A} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$

$$\hat{C} = 90^\circ$$

Hallamos los lados:

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow \operatorname{sen} 54^\circ = \frac{4,8}{c} \rightarrow c = \frac{4,8}{\operatorname{sen} 54^\circ} = 5,93 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{b}{a} \rightarrow \operatorname{tg} 54^\circ = \frac{4,8}{a} \rightarrow a = \frac{4,8}{\operatorname{tg} 54^\circ} = 3,49 \text{ cm}$$

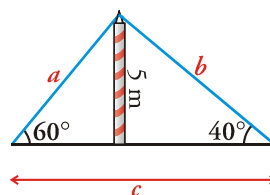
Por tanto:

$$a = 3,49 \text{ cm}; \hat{A} = 36^\circ$$

$$b = 4,8 \text{ cm}; \hat{B} = 54^\circ$$

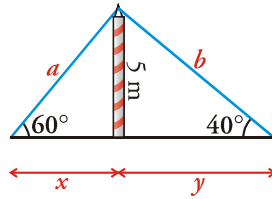
$$c = 5,93 \text{ cm}; \hat{C} = 90^\circ$$

2. Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: (1.5p)



Halla el valor de c y la longitud del cable.

Solución:



$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{5}{a} \rightarrow a = \frac{5}{\operatorname{sen} 60^\circ} = 5,77 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{5}{x} \rightarrow x = \frac{5}{\operatorname{tg} 60^\circ} = 2,89 \text{ m}$$

Por otra parte, si consideramos el otro triángulo:

$$\operatorname{sen} 40^\circ = \frac{5}{b} \rightarrow b = \frac{5}{\operatorname{sen} 40^\circ} = 7,78 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{5}{y} \rightarrow y = \frac{5}{\operatorname{tg} 40^\circ} = 5,96 \text{ m}$$

Por tanto:

La longitud del cable es $a + b = 5,77 + 7,78 = 13,55$ metros.

El valor de c es $x + y = 2,89 + 5,96 = 8,85$ metros.

3. Sabiendo que $\operatorname{sen} 25^\circ = 0,42$, $\operatorname{cos} 25^\circ = 0,91$ y $\operatorname{tag} 25^\circ = 0,47$, halla: sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora, las razones trigonométricas de 155° y de 205° . Describe el proceso seguido, justificando así tu respuesta. (1p)

Solución:

Como $155^\circ = 180^\circ - 25^\circ$ y $205^\circ = 180^\circ + 25^\circ$, entonces:

$$\operatorname{sen} 155^\circ = \operatorname{sen} 25^\circ = 0,42$$

$$\operatorname{cos} 155^\circ = -\operatorname{cos} 25^\circ = -0,91$$

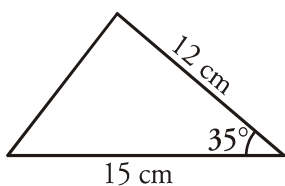
$$\operatorname{tg} 155^\circ = -\operatorname{tg} 25^\circ = -0,47$$

$$\operatorname{sen} 205^\circ = -\operatorname{sen} 25^\circ = -0,42$$

$$\operatorname{cos} 205^\circ = -\operatorname{cos} 25^\circ = -0,91$$

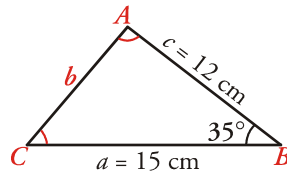
$$\operatorname{tg} 205^\circ = \operatorname{tg} 25^\circ = 0,47$$

4. Halla los lados y los ángulos del triángulo: (1.25p)



Solución:

Hallamos el lado b con el teorema del coseno:



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$b^2 = 15^2 + 12^2 - 2 \cdot 15 \cdot 12 \cdot \cos 35^\circ$$

$$b^2 = 225 + 144 - 294,89$$

$$b^2 = 74,11 \rightarrow b = 8,61 \text{ cm}$$

Como conocemos los tres lados, la solución es única.

Hallamos el ángulo \hat{C} :

$$\frac{c}{\text{sen } \hat{C}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} \rightarrow \frac{12}{\text{sen } \hat{C}} = \frac{8,61}{\text{sen } 35^\circ} \rightarrow \text{sen } \hat{C} = \frac{12 \text{ sen } 35^\circ}{8,61}$$

$$\text{sen } \hat{C} = 0,799 \rightarrow \hat{C} = 53^\circ 4' 26''$$

Por último, hallamos el ángulo \hat{A} :

$$\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 91^\circ 55' 34''$$

Por tanto:

$$a = 15 \text{ cm}; \hat{A} = 91^\circ 55' 34''$$

$$b = 8,61 \text{ cm}; \hat{B} = 35^\circ$$

$$c = 12 \text{ cm}; \hat{C} = 53^\circ 4' 26''$$

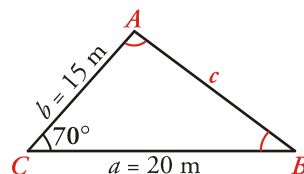
5. Dos de los lados, a y b , de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70° .

Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos? (1p)

Si el metro lineal de valla cuesta 20 €, ¿tendremos suficiente con 1000 €? Razona tu respuesta. (0.5p)

Solución:

Hallamos el lado c aplicando el teorema del coseno:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

$$c^2 = 20^2 + 15^2 - 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos \hat{C}$$

$$c^2 = 400 + 225 - 600 \cdot \cos 70^\circ$$

$$c^2 = 400 + 225 - 205,21$$

$$c^2 = 419,79 \rightarrow c = 20,49 \text{ m}$$

Los metros de valla necesarios serían:

$$a + b + c = 20 + 15 + 20,49 = 55,49 \text{ m}$$

Con 1000 euros tendríamos para 1000 euros : 20 euros/m = 50 metros. Como nuestra finca tiene 55,49 m, no podremos vallarla de momento, hasta que no reunamos más dinero.

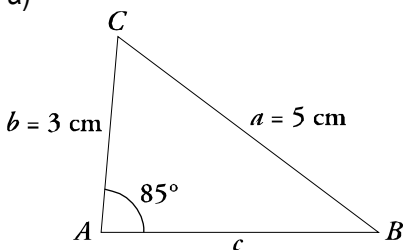
6. (1.5p)

a) En un triángulo se conoce $a = 5 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ y $\hat{A} = 85^\circ$. ¿Cuántos triángulos hay con estos datos?

b) Comprueba que no hay ningún triángulo que cumpla $b = 5,8 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ y $\hat{C} = 110^\circ$.

Solución:

a)



Calculamos \hat{B} aplicando el teorema del seno:

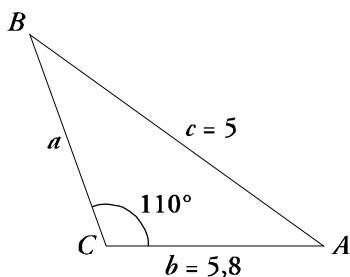
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \rightarrow \sin \hat{B} = \frac{b \sin \hat{A}}{a} = \frac{3 \sin 85^\circ}{5} \approx 0,5977$$

Hay dos soluciones para \hat{B} :

$$\hat{B} = 36^\circ 42' 24'' \text{ y } \hat{B} = 143^\circ 17' 36'' \text{ (esta no es válida pues } \hat{A} + \hat{B} > 180^\circ \text{)}$$

Por tanto, solo hay un triángulo con los datos dados.

b)



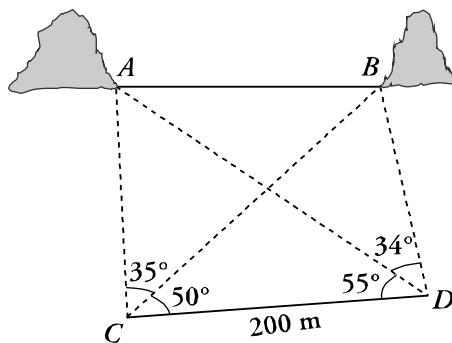
Calculamos \hat{B} aplicando el teorema del seno:

$$\frac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}} \rightarrow \text{sen } \hat{B} = \frac{b \text{ sen } \hat{C}}{c} = \frac{5,8 \text{ sen } 110^\circ}{5} \approx 1,09 > 1$$

No existe ningún triángulo con esos datos.

7. Queremos calcular la distancia entre dos montañas separadas por un lago. Desde los puntos C y D , situados en una explanada cercana, se han tomado los siguientes datos: (2p)

$\overline{CD} = 200$ m, $\hat{ACB} = 35^\circ$, $\hat{BCD} = 50^\circ$, $\hat{ADC} = 55^\circ$, $\hat{BDA} = 34^\circ$. Calcula \overline{AB} .



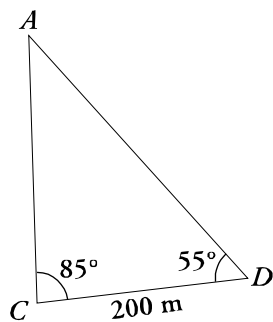
Solución:

Vayamos por partes:

Primero:

Calculamos \overline{AD} .

En el triángulo ADC :



$$\hat{A} = 180^\circ - 85^\circ - 55^\circ = 40^\circ$$

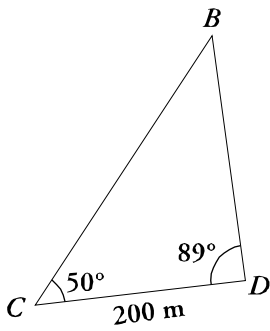
Por el teorema del seno:

$$\frac{200}{\text{sen } 40^\circ} = \frac{\overline{AD}}{\text{sen } 85^\circ} \rightarrow \overline{AD} = \frac{200 \cdot \text{sen } 85^\circ}{\text{sen } 40^\circ} \approx 309,96 \text{ m}$$

Segundo:

Calculamos \overline{BD} .

En el triángulo BCD :



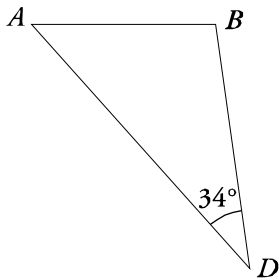
$$\hat{B} = 180^\circ - 89^\circ - 50^\circ = 41^\circ$$

Por el teorema del seno:

$$\frac{200}{\text{sen}41^\circ} = \frac{\overline{BD}}{\text{sen}50^\circ} \rightarrow \overline{BD} = \frac{200 \cdot \text{sen}50^\circ}{\text{sen}41^\circ} \approx 233,53 \text{ m}$$

Para terminar:

Consideramos el triángulo ABD y aplicamos el teorema del coseno:



$$\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BD} \cdot \cos 34^\circ \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AB}^2 = 309,96^2 + 233,53^2 - 2 \cdot 309,96 \cdot 233,53 \cdot \cos 34^\circ \rightarrow$$

$$\rightarrow \overline{AB}^2 \approx 30591,76 \rightarrow \overline{AB} \approx 174,91 \text{ m}$$