

FRACCIONES

Toda fracción consta de 2 partes: numerador y denominador.
El numerador es la parte que queda por encima de la barra de la fracción.
El denominador es la parte que queda por debajo.



$$\frac{3}{5} \quad \frac{x}{y} \quad \frac{2a}{3b}$$

En estas tres fracciones, los numeradores son, respectivamente, 3 , x , $2a$.
Y los tres denominadores son 5 , y , $3b$.

OPERACIONES CON FRACCIONES

Para **sumar y restar** fracciones, es imprescindible que tengan el **mismo denominador**.

Por el contrario, para **multiplicar y dividir** fracciones **no importa** si los denominadores son iguales o no.

OBTENCIÓN DE UN COMÚN DENOMINADOR

Como se acaba de señalar, este es un paso imprescindible cuando queremos sumar o restar fracciones que no tienen el mismo denominador.

Para obtenerlo, debemos seguir 3 pasos:

1. Se calcula el **mínimo común múltiplo de los denominadores (m.c.m.)**.
Descomponemos en factores los denominadores y cogemos los factores comunes y los no comunes, cada uno con su mayor exponente.
2. Dividimos el m.c.m. obtenido entre cada uno de los denominadores de la fracción original, y lo que nos dé lo multiplicamos por el número que había en su numerador.
3. Ya tenemos todas las fracciones con el mismo denominador, sumamos o restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

Como 4º punto, añadir que, al final de todas las operaciones, **siempre** se debe simplificar.

EJEMPLOS:

Suma y resta de fracciones

1. Con el mismo denominador

$$\text{a) } \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \quad \text{b) } \frac{3}{14} + \frac{4}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} \quad \text{c) } \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \quad \text{d) } \frac{7}{13} - \frac{5}{13} = \frac{2}{13}$$

2. Con distinto denominador

$$\text{a) } \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \text{m.c.m.}(5,7) = 35 \quad \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{21}{35} + \frac{10}{35} = \frac{31}{35} \quad \text{b) } \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\text{c) } \frac{7}{20} + \frac{13}{15} - \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 7}{60} + \frac{4 \cdot 13}{60} - \frac{12 \cdot 1}{60} = \frac{21}{60} + \frac{52}{60} - \frac{12}{60} = \frac{73}{60} - \frac{12}{60} = \frac{61}{60}$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 2} \\ 10 \overline{) 2} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

$$\text{m.c.m.}(20,15,5) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 = 60$$

$$20 = 2^2 \cdot 5 \cdot 1$$

$$15 = 3 \cdot 5 \cdot 1$$

$$5 = 5 \cdot 1$$

Multiplicación de fracciones

- 1º Se multiplican los numeradores, este producto es el nuevo numerador.
- 2º Se multiplican los denominadores, su producto es el nuevo denominador.
- 3º Después se simplifica.

- Fracción de un número: Es una multiplicación de fracciones, el número tiene como denominador uno.
- Fracción de una fracción: Se multiplican las dos fracciones.
- Fracción inversa: Se le da la vuelta, el numerador pasa a ser el denominador y el denominador es el nuevo numerador. Una fracción x su inversa da la unidad.

División de fracciones

1. EN GENERAL: Multiplicamos el numerador de la primera por el denominador de la segunda, en forma de aspa: el producto es el nuevo numerador; y luego multiplicamos el denominador de la primera por el numerador de la segunda, en forma de aspa: el producto es el nuevo denominador.
2. Pero lo mejor, sobre todo si hay más de una multiplicación o división, EN VEZ DE DIVIDIR, es **MULTIPLICAR POR EL INVERSO**.

EJEMPLOS:

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{9 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 4}{9 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{10}{108} = \frac{5}{54}$$

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 4} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{9}{4} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9}{5 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9}{5 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

- * - *

Hasta aquí la operativa con fracciones. Ahora, lo que se propone es la resolución de problemas con fracciones.

1. Una modista ha comprado un metro y medio de tela roja y tres cuartos de metro de tela azul. ¿Cuántos metros de tela se ha llevado?

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{4+2+3}{4} = \frac{9}{4} \text{ de metro de tela.}$$

2. En una tienda, he comprado un cuarto de kilo de queso, medio de chorizo y tres cuartos de salchichón. ¿Cuánto pesa mi compra?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1+2+3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ de kilo. (Es decir, un kilo y medio).}$$

3. Otro cliente ha comprado en la misma tienda un cuarto de kilo de jamón, medio cuarto de sobrasada y un queso que pesa un kilo. ¿Cuánto pesa su compra? ¿Cuál de los dos lleva más peso, él o yo?

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + 1 = \frac{2+1+8}{8} = \frac{11}{8} \text{ de kilo lleva este cliente.}$$

¿Qué es mayor, $3/2$ ó $11/8$? Veámoslo:

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{11}{8} = \frac{3 \cdot 11}{2 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 11}{2 \cdot 11} = \frac{3 \cdot 11}{22} = \frac{12}{11} \rightarrow \frac{3}{2} > \frac{11}{8} \rightarrow \text{yo llevaba más peso.}^1$$

4. Pedro ha necesitado 100 pasos para avanzar 80 metros. ¿Qué fracción de metro recorre en cada paso?

$$\frac{80 \text{ metros}}{100 \text{ pasos}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ metros en cada paso.}$$

5. Se ha volcado una caja que contenía 30 docenas de huevos y se han roto 135. ¿Que fracción ha quedado?

30 docenas = 360 huevos; rotos 135; quedan $360 - 135 = 225$ huevos

$$\frac{225}{360} = \frac{45}{72} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8} \text{ quedan.}$$

6. Se ha volcado una caja con 30 docenas de huevos y se han roto $3/8$ partes. ¿Cuántos huevos quedan?

$$30 \text{ docenas} = 360 \text{ huevos; si quedan } 5/8 \rightarrow \frac{5}{8} \cdot 360 = \frac{5 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^3} = 25 \cdot 9 = 225 \text{ quedan.}$$

¹ ¿Por qué hemos dividido las dos fracciones para averiguar cuál es la mayor? Muy sencillo, sólo hay que aplicar la lógica: Las fracciones son números (rationales). Si al dividir un número, x , entre otro, y , el resultado es mayor que 1, significa que el primero es mayor que el segundo, que x es mayor que y . Y viceversa. En una fracción, ¿el número racional es mayor o menor que uno? Pues si el numerador es mayor que el denominador, entonces es mayor que 1. Si el denominador es mayor que el numerador, es menor que 1.

En este caso, al dividir $3/2$ entre $11/8$, el resultado es $12/11$, mayor que 1; luego la primera fracción es mayor que la segunda. Si hubiese sido al revés, que el numerador fuese menor que el denominador, la fracción sería menor que 1, con lo cual habríamos dividido un número más pequeño (una fracción) entre otro mayor (otra fracción). ¿Lógico, verdad?

7. Se ha volcado una caja de huevos y se han roto 135, que son $\frac{3}{8}$ del total. ¿Cuántos huevos contenía la caja?

$$\frac{3}{8} = 135 \rightarrow \frac{1}{8} = 45 \rightarrow \frac{8}{8} = 360 \text{ huevos} = 30 \text{ docenas}$$

8. El depósito de gasolina de un coche, que tiene una capacidad de 45 litros, está lleno en sus dos terceras partes al iniciar el viaje. Si el indicador de reserva se enciende cuando el depósito está a un noveno, calcula:

- La fracción de depósito que el coche ha consumido cuando se enciende el indicador de reserva.
- Los litros de gasolina que son.

$$\text{Consumido} \rightarrow \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \frac{6-1}{9} = \frac{5}{9} \text{ de depósito se ha consumido.}$$

$$\text{En litros} \rightarrow \frac{5}{9} \cdot 45 = \frac{5 \cdot 45}{9} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3}{3 \cdot 3} = 25 \text{ litros consumidos.}$$

9. De mi casa a la escuela hay 1.000 metros; si llevo recorridos $\frac{2}{5}$ del trayecto, ¿cuántos metros me faltan para llegar?

$$1000 \cdot \frac{2}{5} = 400; \quad 1000 - 400 = \text{Faltan } 600\text{m;}$$

O bien: si llevo recorridos $\frac{2}{5}$, me faltan $\frac{3}{5}$, con lo que:

$$1000 \cdot \frac{3}{5} = \frac{1000 \cdot 3}{5} = \frac{200 \cdot 5 \cdot 3}{5} = 200 \cdot 3 = 600 \text{ metros me faltan}$$

10. Una botella de cerveza tiene una capacidad de $\frac{1}{3}$ de litro. En un cajón hay 12 de esas botellas, ¿Cuántos litros hay?

$$\frac{1}{3} \cdot 12 \text{ botellas} = \frac{12}{3} = 4 \text{ litros}$$

11. Con una botella de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántos vasos podrían llenarse, si cada vaso tiene una capacidad de $\frac{1}{8}$ de litro?

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 1} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 4}{4} = 6 \text{ vasos.}$$

12. Una familia dedica dos tercios de sus ingresos a cubrir gastos de funcionamiento, ahorra la cuarta parte del total y gasta el resto en ocio. ¿Qué fracción de los ingresos invierte en ocio?

$$\text{Total} = 1 \rightarrow 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{12-8-3}{12} = \frac{1}{12}$$

13. Una botella contiene $\frac{3}{4}$ de litro de vino. ¿Cuántos litros hay en seis botellas y media?

$$6,5 \text{ botellas} = \frac{65}{10} = \frac{13}{2} \text{ botellas}; \quad \frac{13}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{39}{8} \text{ de litro.}$$

14. Al prensar 1kg de uva, ésta pierde un quinto de su peso. Si se prensan 80kg, ¿cuánto pensarán después del prensado?

Si pierde $\frac{1}{5}$ de peso, es que quedan $\frac{4}{5}$ de peso. Entonces:

$$\frac{4}{5} \cdot 80 = \frac{4 \cdot 80}{5} = \frac{4 \cdot 16 \cdot 5}{5} = 4 \cdot 16 = 64 \text{ kg pesan las uvas después del prensado.}$$

15. Los 140 alumnos de 3º y 4º de ESO se distribuyen para realizar diferentes actividades: $\frac{1}{7}$ está en plástica; $\frac{1}{4}$ en teatro; y $\frac{2}{5}$ en competiciones deportivas. El resto está en la sala de ordenadores. Calcula:

- Cuántos alumnos está en cada actividad.
- Qué fracción del alumnado está en la sala de ordenadores.

$$\text{Plástica} \rightarrow \frac{1}{7} \cdot 140 = 20; \text{ Teatro} \rightarrow \frac{1}{4} \cdot 140 = 35; \text{ Deportes} \rightarrow \frac{2}{5} \cdot 140 = 56 \text{ alumnos.}$$

Todos los alumnos = total = 1 \rightarrow

$$1 - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \right) = 1 - \frac{20 + 35 + 56}{140} = 1 - \frac{111}{140} = \frac{140 - 111}{140} = \frac{29}{140};$$

$$\text{O también} \rightarrow 140 - (20 + 35 + 56) = 29 \text{ alumnos en informática} \rightarrow \frac{29}{140}$$

16. Dos aventureros que atraviesan el desierto tienen un grave problema. El primero sólo le queda tres séptimos de litro de agua en su cantimplora; y al segundo, tiene el doble de agua que el primero. ¿Cuánta agua tiene el segundo, y cuánta agua tienen entre los dos? Si consiguen beber, entre los dos, sólo $\frac{8}{14}$ de litro al día, ¿para cuántos días les queda agua?

$$\text{El 2º tiene el doble que el 1º} \rightarrow 2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{7} \text{ de litro.}$$

$$\text{Entre los dos} \rightarrow \frac{3}{7} + \frac{6}{7} = \frac{9}{7} \text{ de litro tienen.}$$

$$\frac{9}{7} : \frac{8}{14} = \frac{9 \cdot 14}{7 \cdot 8} = \frac{9 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{9}{4} \text{ de día, para poco más de 2 días.}$$

17. Se está construyendo una vía del AVE. El primer año se construye $\frac{2}{15}$ del total del recorrido; el segundo año, el doble que el primero; y el tercero, el triple que el primero. ¿Cuánto se ha construido en total, y cuánto queda por construir?

$$\text{Se lleva ya} \rightarrow \frac{2}{15} + 2 \cdot \frac{2}{15} + 3 \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{6}{15} = \frac{12}{15} \text{ de recorrido están contruidos.}$$

$$\text{Si el trayecto total es 1, todo, entonces} \rightarrow 1 - \frac{12}{15} = \frac{15 - 12}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \text{ queda por hacer.}$$

18. La bandera tricolor de un club deportivo es blanca, roja y verde, y tiene una anchura de 150cm. Si el color blanco ocupa la mitad de la anchura y el rojo un tercio, ¿qué anchura en centímetros ocupa el color verde?

$$1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \text{ de la bandera es verde; } 150 \cdot \frac{1}{6} = \frac{150}{6} = 25 \text{ centímetros}$$

19. ¿Cuántos minutos hay de diferencia entre 7 horas y $\frac{3}{5}$ de día?

$$7 \text{ horas} = 7 \cdot 60 = 420 \text{ minutos;}$$

$$\frac{3}{5} \cdot 24 \text{ horas} \cdot 60 \text{ min/ hora} = \frac{3 \cdot 24 \cdot 60}{5} = \frac{2^5 \cdot 3^3 \cdot 5}{5} = 2^5 \cdot 3^3 = 864 \text{ minutos;}$$

$$864 - 420 = 444 \text{ minutos de diferencia}$$

20. Los 30 alumnos de 1ºA están en Educación Física. Dos tercios de los alumnos son chicas y, del total de ellas, a la mitad le gusta el baloncesto. ¿Podrán jugar un partido entre ellas?

Chicas a las que les gusta el baloncesto $\rightarrow 30 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2} = 10$ chicas; sí pueden hacer 2 equipos y jugar entre ellas.

21. En un congreso internacional, $\frac{3}{8}$ de los delegados son americanos; $\frac{2}{5}$ son asiáticos; $\frac{1}{6}$, africanos; y el resto, europeos. ¿Qué fracción de los delegados suponen los europeos?

$$\text{Total} = 1 \rightarrow 1 - \frac{3}{8} - \frac{2}{5} - \frac{1}{6} = \frac{120 - (45 + 48 + 20)}{120} = \frac{120 - 113}{120} = \frac{7}{120}$$

22. Un confitero ha fabricado 20Kg de caramelos de los $\frac{2}{5}$ son de naranja, $\frac{3}{10}$ de limón, y el resto, de fresa. ¿Cuántos caramelos de fresa ha fabricado?

$$20 - \frac{2}{5} \cdot 20 - \frac{3}{10} \cdot 20 = 20 - 8 - 6 = 20 - 14 = 6Kg$$

23. Un mini-ordenador tiene un disco duro de 750 Megabytes. Se instalan en él dos programas, que ocupan 250 megas y 125 megas, respectivamente. ¿Qué fracción del disco duro ocupa cada programa, y qué fracción queda libre? ¿Cuántos megas son?

$$\frac{250}{750} = \frac{25}{75} = \frac{1}{3} \text{ de disco duro el 1er programa; } \frac{125}{750} = \frac{5^3}{2 \cdot 3 \cdot 5^3} = \frac{1}{6} \text{ el 2º programa.}$$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ocupan los dos programas. $750 \cdot \frac{1}{2} = 375$ megas ocupan, y otras 375 megas quedan libres.

24. Una confitería ha recibido un pedido de varias bolsas de caramelos. Dos quintas partes de las bolsas son de naranja; tres décimas partes, de limón; y el resto, de fresa. Si había 6 bolsas de fresa, ¿cuántas bolsas formaban el pedido?

$$\text{Total} = 1 \rightarrow 1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{10 - 4 - 3}{10} = \frac{10 - 7}{10} = \frac{3}{10}; \frac{3}{10} = 6 \text{ bolsas de fresa, el resto del pedido.}$$

$$\text{Si } \frac{3}{10} = 6 \text{ bolsas} \rightarrow \frac{1}{10} = 2 \text{ bolsas; } \text{todo} = 1 = \frac{10}{10}; 10 \cdot \frac{1}{10} = 10 \cdot 2 = 20 \text{ bolsas en total}$$

25. En un hotel, la mitad de las habitaciones está en el primer piso; la tercera parte, en el segundo piso; y el resto, en el ático, que tiene 10 habitaciones. ¿Cuántas habitaciones hay en cada piso?

$$\text{Total} = 1 \rightarrow 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{6 - 3 - 2}{6} = \frac{1}{6}, \text{ que son las 10 habitaciones del ático.}$$

Si $\frac{1}{6}$ del hotel son 10 habitaciones, el total, es decir 1, es decir $\frac{6}{6} = 6 \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot 10 = 60$ habitaciones \rightarrow 1er piso = 30 habitaciones y 2º piso = 20 habitaciones.

26. Luís avanza 4 metros en 5 pasos. ¿Qué fracción de metro avanza en cada paso? ¿Y en 100 pasos?

$$\frac{4}{5} \text{ metros}; \text{ en 100 pasos } \rightarrow \frac{4}{5} \cdot 100 = \frac{4 \cdot 100}{5} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 5}{5} = 4 \cdot 20 = 80 \text{ metros}$$

27. ¿Cuántos litros de aceite se necesitan para llenar 300 botellas de tres cuartos de litro?

$$300 \cdot \frac{3}{4} = 75 \cdot 3 = 225 \text{ litros}$$

28. ¿Cuántas botellas de vino de tres cuartos de litro se llenan con un depósito de 1800 litros?

$$\frac{1800}{\frac{3}{4}} = \frac{1800}{1} \cdot \frac{4}{3} = 1800 \cdot \frac{4}{3} = \frac{1800 \cdot 4}{3} = 600 \cdot 4 = 2400 \text{ botellas.}$$

29. Un bote de suavizante tiene un tapón dosificador con una capacidad de $\frac{3}{40}$ de litro. ¿Cuál es la capacidad del bote sabiendo que llena 30 tapones?

$$\frac{3}{40} \cdot 30 = \frac{3 \cdot 30}{40} = \frac{9}{4} \text{ litros}$$

30. Un bote suavizante de dos litros y cuarto proporciona, mediante su tapón dosificador, 30 dosis para lavado automático. ¿Qué fracción de litro tiene cada dosis?

$$2 \text{ litros y cuarto} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{9}{4}; \frac{9/4}{30} = \frac{9 \cdot 1}{4 \cdot 30} = \frac{3}{4 \cdot 10} = \frac{3}{40} \text{ litros}$$

31. Un bote se suavizante de dos litros y cuarto lleva un tapón dosificador con una capacidad de $\frac{3}{40}$ de litro. ¿Cuántas dosis tiene el bote?

$$2 \text{ litros y cuarto} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{8+1}{4} = \frac{9}{4}; \frac{9}{\frac{3}{40}} = \frac{9 \cdot 40}{4 \cdot 3} = 3 \cdot 10 = 30 \text{ dosis}$$

32. Un embalse está lleno a principios de verano. En julio pierde $\frac{3}{7}$ de su contenido, y en agosto, $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba. ¿Qué fracción conserva aún a principios de septiembre?

El embalse lleno = 1; cuando gasta $\frac{3}{7}$ le queda $1 - \frac{3}{7} = \frac{7-3}{7} = \frac{4}{7}$; entonces:

$$1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{7} \right) = 1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{7} \right) = 1 - \frac{6}{7} = \frac{7}{7} - \frac{6}{7} = \frac{1}{7} \text{ queda en septiembre}$$

33. La tercera parte del presupuesto de una empresa va para gastos generales. De lo que queda, una quinta parte se dedica a comprar material. El resto son salarios. Si la empresa tiene cuatro trabajadores, ¿qué parte del presupuesto es el sueldo de cada uno?

Total = $1 = \frac{3}{3}$; $1 - \frac{1}{3} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$; es lo que queda después de los gastos generales.

Dedica de esta parte $\frac{1}{5}$ a comprar material, y el resto, es decir, $\frac{4}{5}$, a salarios. Luego:

$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$; es lo que pagan a los trabajadores. Como son cuatro, a cada uno de ellos le corresponde la cuarta parte:

ellos le corresponde la cuarta parte:

$\frac{8}{15} : 4 = \frac{8}{15} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8 \cdot 1}{15 \cdot 4} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$ del presupuesto total de la empresa es el sueldo de cada trabajador.

34. El 60% de los trabajadores de una empresa tiene coche. Si el número total de empleados es de 1.200, ¿cuántos empleados tienen coche?

60% = $\frac{60}{100}$; simplificando: $\frac{60}{100} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, es decir, $\frac{3}{5}$ de los 1200 trabajadores tienen coche.

Calculando: $1200 \cdot \frac{3}{5} = \frac{1200 \cdot 3}{5} = \frac{3600}{5} = 720$ trabajadores de esa empresa tienen coche.

35. Marta gasta $\frac{3}{4}$ partes de sus ahorros en un viaje, y $\frac{2}{3}$ del resto, en ropa. ¿Qué fracción de lo que tenía ahorrado le queda?

Ahorros = 1; si se gasta $\frac{3}{4}$ en ropa, le queda $\frac{1}{4}$ del todos los ahorros.

$$1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \right) = 1 - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{12} \right) = 1 - \frac{9+2}{12} = 1 - \frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

36. Marta tenía ahorrados 1800€, pero ha gastado tres cuartas partes en un viaje y dos tercios de lo que le quedaba en reponer su vestuario. ¿Cuánto dinero le queda?

Con los datos del anterior problema, le queda $\frac{1}{12}$ de sus ahorros;

$$\frac{1}{12} \text{ de } 1800\text{€ es } \rightarrow \frac{1}{12} \cdot 1800 = \frac{1800}{12} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 3} = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150\text{€ le quedan}$$

37. Marta ha gastado $\frac{3}{4}$ de sus ahorros en un viaje, y $\frac{2}{3}$ del resto, en reponer vestuario. Si aún le quedan 150€, ¿cuánto tenía ahorrado?

Si volvemos al problema 17, vemos que le queda $\frac{1}{12}$ de los ahorros; y si $\frac{1}{12}$ son 150€, entonces el total, es decir 1, es decir $\frac{12}{12}$, sería $12 \times$ lo que le queda $\rightarrow 12 \cdot 150 = 1800\text{€}$

38. De un tambor de detergente de 5Kg se han consumido dos kilos y tres cuartos. ¿Qué fracción queda del contenido original?

Dos kilos y tres cuartos = 2.75Kg; $5\text{Kg} - 2.75\text{Kg} = 2.25\text{Kg}$ quedan.

$$\frac{2.25\text{Kg}}{5\text{Kg}} = \frac{225\text{Kg}}{500\text{Kg}} = \frac{3^2 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 5^3} = \frac{3^2}{2^2 \cdot 5} = \frac{9}{20} \text{ quedan.}$$

39. Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{1}{20}$ de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con un bidón que contiene tres litros y medio?

Tres litros y medio = 3.5 litros = $\frac{35}{10} = \frac{7}{2}$ es la capacidad del bidón.

$$\frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{20}} = \frac{7}{2} : \frac{1}{20} = \frac{7}{2} \cdot 20 = \frac{7 \cdot 20}{2} = 7 \cdot 10 = 70 \text{ frascos se pueden llenar}$$

40. Una empresa comercializa jabón líquido en envases de plástico con una capacidad de $\frac{3}{5}$ de litro. ¿Cuántos litros de jabón se necesitan para llenar 100 envases?

$$100 \text{ envases} \cdot \frac{3 \text{ litros}}{5 \text{ envase}} = \frac{100 \cdot 3}{5} = 20 \cdot 3 = 60 \text{ litros}$$

41. La abuela ha hecho dos kilos y cuarto de mermelada y con ella ha llenado seis tarros iguales. ¿Qué fracción de kilo contiene cada tarro?

$$\text{Dos kilos y cuarto} = 2.25 \text{ Kg} = \frac{225}{100} = \frac{9}{4} \text{ Kg de mermelada ha hecho.}$$

$$\frac{\frac{9}{4} \text{ Kg}}{6 \text{ tarros}} = \frac{9}{4} : 6 = \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{9}{4 \cdot 6} = \frac{3^2}{2^3 \cdot 3} = \frac{3}{8} \text{ de kilo de mermelada en cada tarro.}$$

42. A Andrés le regalan sus abuelos 150€; a su hermano Jorge, la tercera parte de lo anterior más 38€; y al menor, Fernando, la mitad que a Jorge menos 15€; ¿Cuánto reciben en total y cada uno?

$$\text{Andrés} \rightarrow 150\text{€}; \text{ Jorge} \rightarrow \frac{150}{3} + 38 = 50 + 38 = 88\text{€}; \text{ Fernando} \rightarrow \frac{88}{2} - 15 = 44 - 15 = 29\text{€}$$

$$\text{En total: } 150 + 88 + 29 = 267\text{€}$$

43. A María le regalan una caja de discos. En la primera semana escucha $\frac{2}{5}$ de los discos, y en la segunda, $\frac{4}{5}$ del resto. Si aún le quedan 3 sin escuchar, ¿cuántos discos había en la caja?

$$\text{Caja} = 1; 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \right) = 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{12}{25} \right) = 1 - \frac{22}{25} = \frac{3}{25} \rightarrow \text{que son los 3 que aun no ha oído}$$

$$\frac{3}{25} \rightarrow 3 \text{ discos}; \frac{1}{25} \rightarrow 1 \text{ disco}; \text{total} = \frac{25}{25} \rightarrow 25 \cdot 1 = 25 \text{ discos en la caja.}$$

44. Una familia gasta $\frac{2}{5}$ de su presupuesto en pagar la hipoteca, y $\frac{1}{3}$ en comida. Pagado eso, le quedan aún 400€ cada mes. ¿Cuáles son sus ingresos mensuales?

$$\text{ingresos} = 1; 1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{6+5}{15} = 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15} \text{ son los 400€ que les quedan.}$$

$$\frac{4}{15} \rightarrow 400\text{€}; \frac{1}{15} \rightarrow 100\text{€}; \text{todo} = 1 = \frac{15}{15} \rightarrow 15 \cdot 100 = 1500\text{€ al mes ingresan.}$$

45. Iván se gastó los $\frac{3}{5}$ de sus ahorros y le sobraron 30€. ¿Cuánto dinero gastó?

$$\text{Todo su dinero} = 1; 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \text{ le quedan, y son 30€}; \frac{1}{5} \rightarrow 15\text{€}; \text{gastó} = \frac{3}{5} = 3 \cdot 15\text{€} = 45\text{€}$$

46. Tres amigos participan en un negocio; al repartir los beneficios, el primero se llevó $\frac{1}{3}$; el segundo, la mitad de lo que quedaba, y el tercero, 24000€. ¿Cuál era el total de los beneficios, y cuánto se llevó cada amigo?

$$\text{Todo} = 1; 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \right) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ que son los 24000€ del último;}$$

$$\text{Total de los beneficios: } 24000 \cdot 3 = 72000\text{€}; 1^{\text{er}} \text{ amigo: } \frac{1}{3} = 24000; 2^{\text{o}}:$$

$$\frac{72000 - 24000}{2} = \frac{48000}{2} = 24000\text{€: todos se llevaron la misma cantidad.}$$

47. Un balón bota en el suelo; ¿Desde qué altura cae, sabiendo que en el 3^{er} bote alcanza 60cm y que en cada bote alcanza la mitad de altura que en el anterior?

$$\text{altura total} = h; 1^{\text{er}} \text{ bote} \rightarrow \frac{h}{2}; 2^{\text{o}} \text{ bote} \rightarrow \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{h}{4}; 3^{\text{er}} \text{ bote} \rightarrow \frac{h}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{h}{8} = 60\text{cm};$$

$$h = 60\text{cm} \cdot 8 = 480\text{cm} = 4,8 \text{ metros.}$$

48. Se reparten 18 litros de vino entre 3 hombres. El primero se lleva la mitad más un litro y el segundo la mitad de lo que queda más un litro. ¿Cuánto se lleva el tercer hombre?

$$1^{\text{er}} \text{ hombre} \rightarrow \frac{18}{2} + 1 = 9 + 1 = 10 \text{ litros}; 2^{\text{o}} \text{ hombre} \rightarrow \frac{(18-10)}{2} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 5 \text{ litros};$$

$$3^{\text{er}} \text{ hombre} \rightarrow 18 - (10+5) = 18 - 15 = 3 \text{ litros de vino}$$

49. Una amiga me pidió que le pasase al ordenador un escrito. El 1^{er} día pasé 1/4 del trabajo total; el 2º, 1/3 de lo restante; el 3º, 1/6 de lo que faltaba; y terminé el 4º, pasando 30 folios. ¿Cuántos folios tenía todo el escrito?

$$\text{trabajo del 1º y 2º días: } \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{todo el trabajo} = 1; 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \right) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right) = 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{12} \right) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

$$5/12 \text{ son los últimos 30 folios; } 1/12 \rightarrow 6 \text{ folios; todo} = 1 = 12/12 \rightarrow 12 \cdot 6 = 72 \text{ folios}$$

50. Un jardinero poda el lunes 2/7 de sus rosales; el martes, 3/5 del resto; y el miércoles finaliza el trabajo podando los 20 rosales que le faltaban. ¿Cuántos rosales hay en total en el jardín?

$$\text{Jardín} = 1; 1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} \right) = 1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7} \right) = 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7} \text{ que son los 20 últimos rosales;}$$

$$2/7 \rightarrow 20 \text{ rosales; } 1/7 \rightarrow 10; \text{ el jardín} = 1 = 7/7 \rightarrow 7 \cdot 10 = 70 \text{ rosales en el jardín}$$

51. Un mercader cruza el desierto del Sahara. Lleva el odre llenos de agua, pero no lo raciona bien. El primer día se bebe la mitad; el segundo se bebe un tercio de lo que queda; el tercer día se bebe un cuarto del resto; y el último día se bebe lo que queda, que son tres litros. ¿Con cuántos litros en el odre empezó el mercader el viaje?

Vamos a simplificar la resolución del problema con un cuadro:

| | Hoy bebe | Ha bebido en total | Queda del total | litros |
|---------------------|--|---|---------------------------------|----------|
| 1 ^{er} día | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$; la otra mitad | |
| 2º día | $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ | $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ | $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ | |
| 3 ^{er} día | $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ | $\frac{2}{3} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ | $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ | 3 litros |

Si 1/4 del odre son 3 litros, todo el odre será 4/4, es decir $\rightarrow 3 \text{ litros} \cdot 4 = 12 \text{ litros}$

Si rellenas la columna de la derecha, el primer día bebe la mitad: 6 litros; el segundo, un tercio de lo que da, es decir, 2 litros; el tercero, un litro; y el último, 3. sumando todos nos queda: 6+2+1+3=12 litros.

52. En un concurso se van a repartir 120€ en premios. Al primer clasificado le corresponde la mitad; al segundo, dos tercios de lo que queda; y el resto del premio se reparte por igual entre el tercero y el cuarto. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

| | <i>Gana</i> | € | <i>Acumulado</i> | <i>Queda por repartir</i> |
|------------------------------|---|-----|--|------------------------------------|
| <i>1^{er} premio</i> | $\frac{1}{2}$ | 60€ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$; la otra mitad |
| <i>2º premio</i> | $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ | 40€ | $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ | $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ |
| <i>3^{er} premio</i> | $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ | 10€ | $\frac{5}{6} + \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ | $1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$ |
| <i>4º premio</i> | $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ | 10€ | $\frac{11}{12} + \frac{1}{12} = 1$ | 0 |