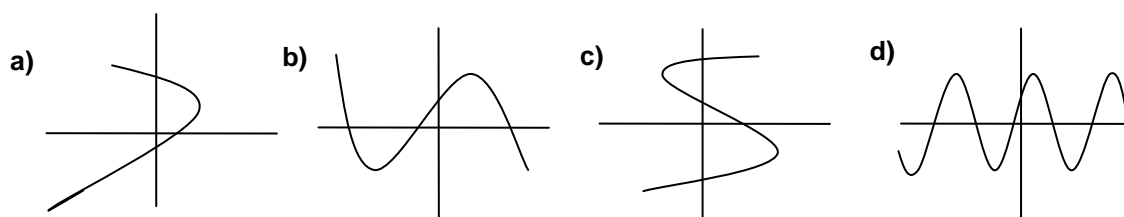


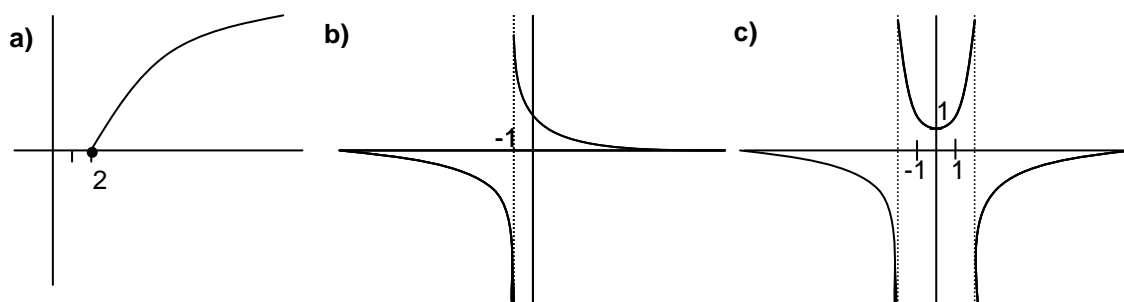
59 EJERCICIOS DE FUNCIONES

1. Dada $f(x) = \sqrt{x}$, se pide:
 - a) Razonar que se trata de una función.
 - b) Calcular $f(4)$, $f(1)$, $f(0)$, $f(-9)$, $f(1/4)$, $f(2)$ y $f(\sqrt{2})$
 - c) Hallar la antiimagen de 3, de 25 y de -4
 - d) Razonar cuál es su $\text{Dom}(f)$ e $\text{Im}(f)$
2. Ídem para $f(x)=2x+1$
3. ¿Cuáles de estas representaciones corresponden a la gráfica de una función? (Razonar la respuesta):



👉 Ejercicios libro: **pág. 86: 1; pág. 96: 13**

4. ¿Cuál es el $\text{Dom}(f)$ e $\text{Im}(f)$ de cada una de estas funciones?:



👉 Ejercicios libro: **pág. 88: 51; pág. 97: 24**

5. Dada $f(x) = \sqrt{x}$, se pide:
 - a) Representarla gráficamente.
 - b) Razonar, a la vista de la gráfica, cuál es su $\text{Dom}(f)$ e $\text{Im}(f)$
6. Para cada una de las funciones que figuran a continuación se pide:
 - i) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.
 - ii) $\text{Dom}(f)$ e $\text{Im}(f)$ a la vista de la gráfica.
 - iii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

a) $f(x)=3x+6$

b) $f(x)=x^2-4x+3$ ¿vértice?

c) $f(x)=x^3$

d) $f(x)=x^4$

e) $f(x)=2$

f) $f(x)=\sqrt{x-9}$

g) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ ¿asíntotas?

h) $f(x) = \frac{1}{x}$ ¿asíntotas? ¿ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$?

i) $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$ ¿asíntotas? ¿ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$?

👉 Ejercicios libro: **pág. 86: 2; pág. 87: 4; pág. 93: 15, 16 y 17 (relación entre tabla y gráfica); pág. 108: 7; pág. 115: 35 y 36 (hipérbolas); pág. 111: 11; pág. 116: 43 y 44 (funciones con radicales)**

7. Sin necesidad de representarlas, hallar analíticamente el Dom(f) de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{8x}{x+5}$
 b) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x - 8}$
 c) $f(x) = \frac{2}{4x - x^2}$
 d) $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 16}$
 e) $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 16}$
 f) $f(x) = \sqrt{x+5}$
 g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+5}}$

h) $f(x) = \sqrt{2x-5}$
 i) $f(x) = \sqrt{4-x}$
 j) $f(x) = \sqrt{x^2-9}$
 k) $f(x) = \sqrt{x^2+2x-8}$
 l) $f(x) = \sqrt{x^2+5x+4}$
 * m) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2-16}}$
 n) $f(x) = \frac{x+1}{(2x-3)^2}$
 o) $f(x) = \frac{x-3}{x^2-x-6}$

p) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-12}}$
 q) $f(x) = \frac{3x}{x^2+4}$
 r) $f(x) = \frac{14}{x^2+2x+1}$
 s) $f(x) = \sqrt[3]{x^2+5x+4}$
 t) $f(x) = \sqrt{x^2+2x+1}$

Ejercicios libro: **pág. 88: 6; pág. 96 y ss.: 20 a 23**

(Soluc: a) $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$; b) $\mathbb{R} \setminus \{-2, 4\}$; c) $\mathbb{R} \setminus \{0, 4\}$; d) \mathbb{R} ; e) \mathbb{R} ; f) $[-5, \infty)$; g) $(-5, \infty)$; h) $[5/2, \infty)$; i) $(-\infty, 4)$; j) $(-\infty, 3] \cup [3, \infty)$; k) $(-\infty, -4] \cup [2, \infty)$; l) $(-\infty, -4] \cup [-1, \infty)$; m) $(-4, 0] \cup (4, \infty)$; n) $\mathbb{R} \setminus \{3/2\}$; o) $\mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$; p) $(4, \infty)$; q) \mathbb{R} ; r) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$; s) \mathbb{R} ; t) \mathbb{R})

8. A la vista de sus gráficas, indicar la continuidad, posible simetría, intervalos de crecimiento y posibles M y m de las funciones del ejercicio 6

Ejercicios libro: **pág. 89: 7; pág. 97: 25 (continuidad); pág. 90: 8; pág. 97: 26 y 27 (crecimiento); pág. 92: 10; pág. 98: 29, 30 y 31 (simetría); pág. 93: 11 y 12; pág. 99: 32, 33 y 34 (límites)**

9. Hallar los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones; con esa única información, hacer además la gráfica de las señaladas con (G):

(G) a) $y = 2x - 6$
 (G) b) $f(x) = x^2 + 2x - 3$
 c) $f(x) = x^2 + x + 1$
 d) $f(x) = x^3 - x^2$
 e) $y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$
 f) $f(x) = \sqrt{2x + 4}$

g) $f(x) = \sqrt{2x} + 4$
 h) $y = \frac{x + 4}{2x + 2}$
 i) $y = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 1}$
 j) $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$
 k) $y = \sqrt{x^2 + 9}$

(G) l) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
 m) $y = \frac{x^2 + 4}{x + 2}$
 n) $f(x) = \frac{4}{x - 4}$
 o) $f(x) = x^4 - 1$

(Soluc: a) $(3, 0), (0, -6)$; b) $(-3, 0), (1, 0), (0, -3)$; c) $(0, 1)$; d) $(0, 0), (1, 0)$; e) $(-2, 0), (2, 0), (0, -2)$; f) $(-2, 0), (0, 2)$; g) $(0, 4)$; h) $(-4, 0), (0, 2)$; i) $(\sqrt{3}, 0), (-\sqrt{3}, 0), (0, 3)$; j) $(-2, 0), (1, 0)$; k) $(0, 3)$; l) $(1, 0), (2, 0), (3, 0), (0, -6)$; m) $(0, 2)$; n) $(0, -1)$; o) $(-1, 0), (1, 0), (0, -1)$)

10. Dada $f(x) = 2x^3 - 3x^2$ se pide: i) Razonar cuál es su Dom(f) ii) Posibles cortes con los ejes. iii) Tabla de valores apropiada y representación gráfica. iv) ¿Es continua? v) A la vista de la gráfica, indicar su Im(f) vi) Intervalos de crecimiento. Posibles M y m vii) Indicar su posible simetría. viii) Ecuación de las posibles asíntotas. ix) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

11. Ídem: a) $f(x) = x^3 - 3x$ b) $y = \frac{x+2}{x-1}$ c) $y = x^4 - 2x^2$ d) $y = \frac{2x}{x^2+1}$ e) $f(x) = x^3 - 3x^2$
 f) $y = 2x^3 - 9x^2$ g) $y = \frac{x^2}{x-1}$ h) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ j) $y = \frac{4x}{x^2 + 4}$
 k) $y = x^4 - 4x$ l) $y = 2x^3 - 3x^2$ m) $y = x^3 - 12x$ n) $y = \sqrt{x^2 - 9}$ o) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$
 p) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2}$

Ejercicios libro: **pág. 109: 8; pág. 110: 9 y 10; pág. 115: 37 y 38**

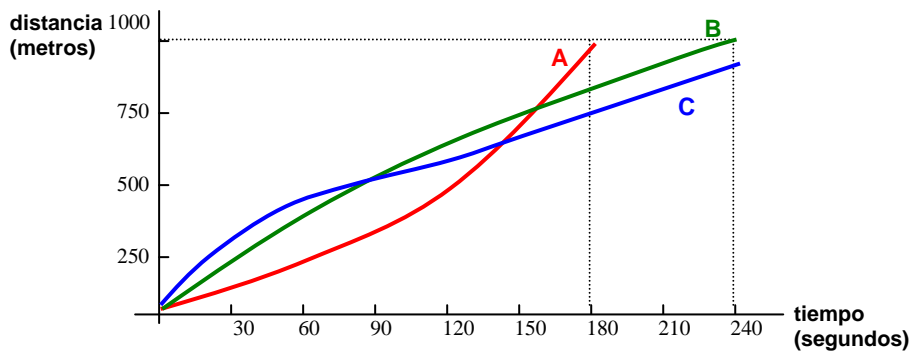
12. Representar, utilizando la calculadora: **a)** $y = \text{sen } x$ **b)** $y = \text{cos } x$ **c)** $y = \text{tg } x$

13. Un estudio de un ginecólogo muestra cómo crece un bebé antes de nacer según el mes de gestación en que se encuentre su madre, de acuerdo con la siguiente tabla:

Edad (meses)	2	3	4	5	6	7	8	9
Longitud (cm)	4	8	15	24	29	34	38	42

Representar la función "longitud" en función de la edad del bebé. Comentar dicha gráfica.

14. Tres alumnos, que nombraremos **A**, **B** y **C**, participan en una carrera de 1000 m. La presente gráfica muestra de forma aproximada su comportamiento en la prueba. ¿Cómo describirías dicha carrera?



Ejercicios libro: pág. 99: 35 y 36

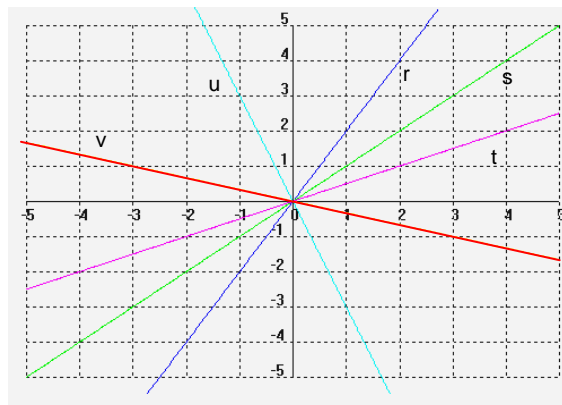
FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA ($y=mx$):

15. **a)** Hallar la ecuación de una función de proporcionalidad directa sabiendo que pasa por el punto P(1,7)
b) Ídem para P(-1,3)
c) Ídem para P(2,5)

A continuación, dibujarlas y comprobar su pendiente.

16. Si se sabe que una función lineal pasa por el punto P(1,2), calcular su ecuación, y, a partir de ésta, hallar el valor de dicha función para $x=3$, $x=5$ y $x=-8$. Comprobar gráficamente todo lo anterior.
 (Soluc: $y=2x$; 6, 10 y -16)

17. Calcular la pendiente y la ecuación de las funciones de proporcionalidad directa que aparecen en el siguiente gráfico:



(Soluc: $r: y=2x$
 $s: y=x$
 $t: y=x/2$
 $u: y=-3x$
 $v: y=-x/3$)

18. Un kg de patatas cuesta 55 céntimos. Obtener y a continuación representar la función que define el coste de las patatas (y) en función de los kg comprados (x). ¿Cuál es su $\text{Dom}(f)$? ¿Cuánto costarán 3,5 kg? ¿Qué cantidad podremos comprar si sólo disponemos de un billete de 5 €? (Soluc: 1,93 €; 9,09 kg)
19. Un grifo vierte agua a un depósito dejando caer cada minuto 25 litros. Formar una tabla de valores apropiada para representar la función "capacidad" en función del tiempo. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar una piscina de 50 m³? (Soluc: 33 h 20 min)
20. Los paquetes de folios que compra un determinado instituto constan de 500 folios y cuestan 3 €.
 - Formar una tabla que nos indique el precio de 1, 2, ..., 10 folios.
 - Dibujar la gráfica correspondiente ¿Qué tipo de función se obtiene? ¿Cuál es la ecuación?
 - ¿Cuál es su $\text{Dom}(f)$?
21. Pasada la Navidad, unos grandes almacenes hacen en todos los artículos un 20% de descuento.
 - ¿Cuál será el precio rebajado de unas zapatillas de deporte que costaban 45 €? ¿Y de un chándal que costaba 60 €?
 - Si llamamos x al antiguo precio del artículo e y al precio rebajado, ¿qué función se obtiene? (Soluc: $y=0,8x$)
22. El IVA es un impuesto que en muchos productos supone un recargo del 16%. Si un fontanero hace una reparación de 240 €, ¿a cuánto ascenderá con el IVA? ¿Y si la reparación costara 50 €? Obtener la expresión algebraica general correspondiente al precio del trabajo del fontanero y la cantidad que se paga. (Soluc: 278,4 €; 58 €; $y=1,16x$)
23. Se quiere abrir un pozo de forma cilíndrica de diámetro 2 m. Expresar el volumen de agua que cabe en él en función de la profundidad h . ¿Qué tipo de función se obtiene?

FUNCIÓN AFÍN ($y=mx+n$):

24. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,3) y B(3,7). Representarla gráficamente, y comprobar gráficamente su pendiente y su ordenada en el origen. Hallar también, analítica y gráficamente, un tercer punto de ella. (Soluc: $y=2x+1$)
25. Ídem para: **a)** A(1,-1) y B(4,8) **b)** A(-2,4) y B(1,1) **c)** A(-4,-1) y B(2,-4) **d)** A(-1,-1) y B(2,-7)
e) A(3,1) y B(-6,-2) **f)** A(1,1) y (3,7) (Sol: a) $y=3x-4$; b) $y=-x+2$; c) $y=-x/2-3$; d) $y=-2x-3$; e) $y=x/3$; f) $y=3x-2$)
- ☞ Ejercicios libro: **pág. 114: 17 y 18**
26. Hallar la ecuación de la recta que tiene pendiente 5 y pasa por el punto P(-1,-2) (Soluc: $y=5x+3$)
- ☞ Ejercicios libro: **pág. 104: 2; pág. 114: 14**
27. Hallar la ecuación de la recta paralela a $y=2x+5$ que pasa por el punto P(2,1). ¿Cuál es su pendiente? (Soluc: $y=2x-3$)
28. **a)** Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (1,-2) y (3,4). **b)** Hallar también una recta paralela a la anterior y que pase por el punto (-2,3) (Soluc: $y=3x-5$; $y=3x+9$)

29. En cada apartado, representar las siguientes rectas sobre los mismos ejes:

a) $y=3x$
 $y=3x+2$
 $y=3x-7$

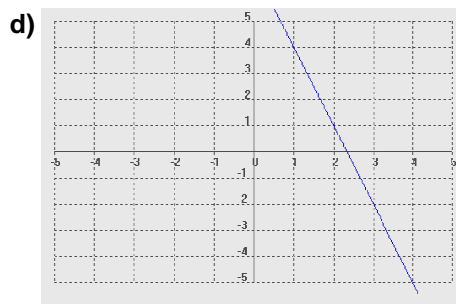
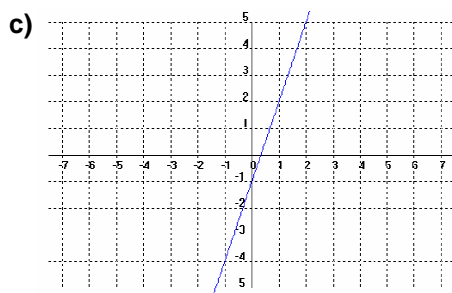
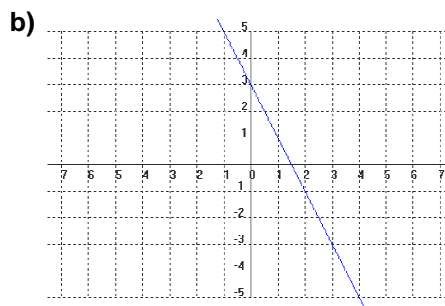
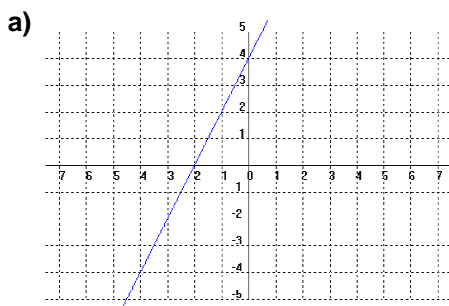
b) $y=-3x$
 $y=-3x+2$
 $y=-3x-7$

c) $y = \frac{1}{3}x$
 $y = \frac{1}{3}x + 2$
 $y = \frac{1}{3}x - 7$

d) $y=0$
 $y=x$
 $y=-x$

👉 Ejercicios libro: **pág. 104: 1; pág. 114: 13**

30. Hallar, razonadamente, la ecuación de las siguientes rectas:

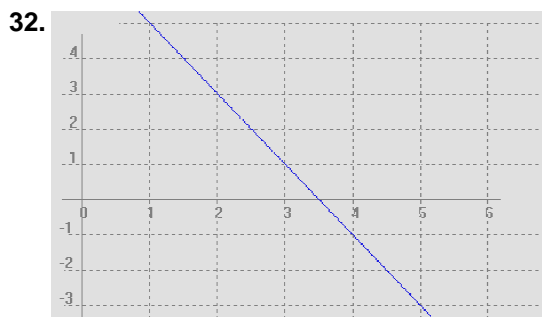


(Soluc: a) $y=2x+4$; b) $y=-2x+3$; c) $y=3x-1$; d) $y=-3x+7$)

👉 Ejercicio libro: **pág. 114: 9**

31. Comprobar analíticamente si los siguientes puntos están alineados (¡no vale gráficamente!):

a) A(-1,-5), B(2,1) y C(6,9) b) A(-1,2), B(4,-3) y C(10,-8)



Dada la recta de la figura, se pide:

- Hallar su expresión analítica. (Soluc: $y=-2x+7$)
- Comprobar gráficamente el valor de la pendiente obtenido en el apartado anterior.
- Deducir, analíticamente, dónde corta a los ejes.

33. Colgado de una alcayata tenemos un muelle de 5 cm de largo; en él hemos colgado diferentes pesos y hemos medido la longitud que alcanza el muelle en cada caso, obteniendo los siguientes resultados:

Pesos (kg)	0	1	2	3	4
Longitud (cm)	5	7	9	11	13

- Obtener la gráfica y contestar:
- ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
 - ¿Se trata de una función afín? ¿Por qué?
 - Hallar su pendiente. ¿Cuál es su expresión algebraica?
(Soluc: $y=2x+5$)
 - ¿Qué significa en este caso la ordenada en el origen?

34. La siguiente tabla corresponde a una función afín:

x	0	10	20	30	40	50
f(x)	-3					97

Completar la tabla y obtener $f(x)$ algebraicamente. (Soluc: $f(x)=2x-3$)

35. Midiendo la temperatura a diferentes alturas se han obtenido los datos de la tabla:

Altura (m)	0	360	720	990
Temperatura (°C)	10	8	6	4,5

- Representar la temperatura en función de la altura.
- Obtener su expresión algebraica. (Soluc: $y=-x/180+10$)
- ¿A partir de qué altura la temperatura será menor de 0°C ? (Soluc: $x=1800\text{ m}$)

36. La tarifa de una empresa de mensajería con entrega domiciliaria es de 12 € por tasa fija más 5 € por cada kg.

- Hallar la expresión analítica de la función "Precio del envío" en función de su peso en kg. (Soluc: $y=5x+12$)
- Representarla gráficamente.
- ¿Cuánto costará enviar un paquete de 750 gr? (Soluc: 15 €)
- Si disponemos sólo de un billete de 50 €, ¿cuál es el peso máximo que podremos enviar? (Soluc: 7,6 kg)

37. Los beneficios de una empresa desde el momento de su creación son los que figuran en la siguiente tabla:

MESES TRANSCURRIDOS	0	3	6	9
BENEFICIOS (millones de €)	4	3		1

- Representar el beneficio en función del tiempo transcurrido. ¿Qué tipo de función se obtiene?
- Obtener gráficamente la pendiente y la ordenada en el origen, e indicar a continuación su expresión algebraica. (Soluc: $y=-x/3+4$)
- Hallar analíticamente el dato que falta en la tabla. (Soluc: 2)
- Hallar analíticamente a partir de qué mes la empresa no tendrá beneficios. (Soluc: $x=12$)

38. Una empresa de fotografía cobra, por el revelado de un carrete, un precio fijo de 1,5 €, y por cada foto, 50 céntimos.

- Representar la función "Coste del revelado" en función del nº de fotos. Indicar su expresión algebraica.
- ¿Cuánto costará revelar un carrete de 36 fotografías?
- ¿Cuántas fotos podremos revelar con 100 €?

Resolución gráfica de inecuaciones y sistemas de inecuaciones:

39. Determinar la representación gráfica de la solución de cada una de las siguientes inecuaciones de 1^{er} grado con dos incógnitas:

- | | | | |
|------------------|--------------------|-----------------|--------------------|
| a) $x+2y \geq 3$ | c) $2x-y \leq 4-x$ | e) $y < x+2$ | g) $2x-y < 6$ |
| b) $x+2y < 3$ | d) $3x+2y > 7-3y$ | f) $x+y \geq 5$ | h) $6x+5y \leq 30$ |

40. Representar gráficamente la solución de cada uno de estos sistemas de inecuaciones de 1^{er} grado con dos incógnitas:

a) $\begin{cases} x - 3y > -3 \\ 3x + y \leq 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y \geq 6 \\ 3x + 5y < 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y < 2 - x \\ y \geq x + 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - y > 6 \\ 3x + 5y < 10 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x + 2y \leq 6 \\ -6x - 4y \leq -12 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ -2x + 3y \geq 6 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ 2x + 2y < 10 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x \leq 6 \\ y > 4 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 2x - y \leq 6 \\ 2x - y > 10 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 2x - y > 6 \\ 2x - y < 10 \end{cases}$

k) $\begin{cases} x - y > -5 \\ x + y > -3 \\ x + y \leq 10 \end{cases}$

l) $\begin{cases} y < 3x \\ y > -x \end{cases}$

m) $\begin{cases} y > -x + 2 \\ y \leq \frac{x}{2} + \frac{5}{2} \end{cases}$

EJERCICIOS DE PARÁBOLAS:

41. Representar sobre los mismos ejes las siguientes parábolas. ¿Qué conclusiones podemos extraer?:

a) $y=x^2$ b) $y=2x^2$ c) $y=x^2/2$ d) $y=-x^2$ e) $y=-4x^2$

42. Dadas las siguientes parábolas, hallar: i) Vértice
ii) Puntos de corte con los ejes
iii) Representación gráfica

a) $y=x^2-6x+8$

b) $y=x^2-2x-3$

c) $y=-x^2-4x-3$

d) $y=x^2-4x+7$

e) $y=x^2-6x$

f) $y=x^2+x+1$

g) $y=-x^2+5x-6$

h) $y=3x^2+15x+18$

i) $y=-x^2-2x-2$

j) $y=x^2+2x-1$

k) $y=x^2-4$

l) $y=x^2+4$

m) $y=x^2+4x+5$

n) $y=x^2+4x+3$

o) $y=-x^2-8x-4$

p) $y=2x^2+4x+6$

q) $y=-x^2-1$

r) $y=(x+5)^2-8$

s) $y=2(x-1)^2-8$

t) $y=(x-5)^2+8$

u) $y=-2(x-1)^2+8$

v) $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 5$

w) $y=x^2-2x+1$

x) $y=x^2-4x+2$

y) $y=2x^2-8x+6$

z) $y=-3x^2-6x+12$

α) $y=x^2-2x+3$

β) $y=x^2-6x+5$

γ) $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 2$

δ) $y=2x^2-10x+8$

ε) $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$

ζ) $y=x^2-8x+7$

Ejercicios libro: **pág. 106: 4; pág. 107: 6; pág. 115: 24, 25, 26, 28, 30, 31, 33 y 34**

43. A partir de las gráficas obtenidas en el ejercicio anterior, indicar la solución de las siguientes inecuaciones de 2^o grado:

a) $x^2-6x+8 \geq 0$

b) $x^2-2x-3 < 0$

c) $-x^2-4x-3 \geq 0$

d) $x^2-4x+7 > 0$

e) $x^2-6x \leq 0$

f) $x^2+x+1 \leq 0$

g) $3x^2+15x+18 > 0$

h) $-x^2-2x-2 > 0$

i) $x^2+2x-1 \geq 0$

j) $x^2-4 < 0$

k) $x^2+4 \geq 0$

l) $x^2+4x+5 < 0$

m) $x^2+4x+3 < 0$

n) $-x^2-8x-4 \geq 0$

o) $2x^2+4x+6 \leq 0$

p) $-x^2-1 < 0$

44. Resolver gráficamente las siguientes inecuaciones de 2^o grado:

a) $x^2-3x-4 > 0$

b) $2x^2+x-3 \leq 0$

c) $-x^2+x+6 \geq 0$

d) $x^2+x+5 < 0$

e) $2x^2+x+1 \geq 0$

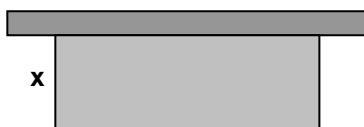
f) $-x^2+6x-5 < 0$

45. a) Se sabe que la función $y=ax^2+bx+c$ pasa por los puntos (1,1), (0,0) y (-1,1). Calcular **a**, **b** y **c**.
(Soluc: $y=x^2$)

b) Ídem para los puntos (1,4), (0,-1) y (2,15) (Soluc: $y=3x^2+2x-1$)

46. Una función cuadrática tiene una expresión de la forma $y=ax^2+ax+a$ y pasa por el punto $P(1,9)$. Calcular el valor de **a**. ¿Cuál sería su vértice?
47. Calcular **b** para que la parábola $y=x^2+bx+3$ pase por el punto $P(2,-1)$. ¿Cuál sería su vértice?
48. Calcular **m** para que la parábola $y=x^2+mx+10$ tenga el vértice en el punto $V(3,1)$. ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?
49. ¿Cuánto debe valer **k** para que la parábola $y=4x^2-20x+k$ tenga un solo punto de corte con el eje de abscisas? ¿Para qué valores de **k** no cortará al eje x ?
50. La parábola $y=ax^2+bx+c$ pasa por el origen de coordenadas. ¿Cuánto valdrá **c**? Si además sabemos que pasa por los puntos $(1,3)$ y $(4,6)$, ¿cómo calcularíamos **a** y **b**? Hallar **a** y **b** y representar la parábola.
51. Una parábola corta al eje de abscisas en los puntos $x=1$ y $x=5$. La ordenada del vértice es $y=-2$. ¿Cuál es su ecuación?
- Ejercicio libro: pág. 115: 32
52. Calcular la expresión de una función cuadrática cuya intersección con el eje x son los puntos $(2,0)$ y $(3,0)$
53. a) Una parábola tiene su vértice en el punto $V(1,1)$ y pasa por $P(0,2)$. Hallar su ecuación.
(Soluc: $y=x^2-2x+2$)
b) Ídem para la parábola de vértice $V(-2,3)$ que pasa por $P(1,-3)$ (Soluc : $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - \frac{1}{3}$)
54. En cada apartado, representar las parábolas sobre los mismos ejes:
- a) $\left. \begin{array}{l} y=x^2 \\ y=(x-4)^2 \\ y=(x+5)^2 \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} y=x^2 \\ y=x^2+4 \\ y=x^2-5 \end{array} \right\}$ c) A la vista de lo anterior, ¿cómo sería la parábola $y=(x-4)^2+5$? ¿Cuál es su vértice?
55. La longitud de la circunferencia y el área del círculo se expresan en función del radio. ¿Qué tipo de funciones son? Dibujar las gráficas sobre unos mismos ejes cartesianos. ¿Para qué valor del radio coinciden numéricamente la longitud y el área?
56. Con un listón de madera de 4 m de largo queremos fabricar un marco para un cuadro.
a) Indicar la expresión analítica de la función "Superficie" en función de la longitud x de la base.
b) Representar gráficamente la función anterior. ¿Cuál es su $\text{Dom}(f)$?
c) A la vista de la gráfica, ¿para qué valor de la base se obtiene la superficie máxima? ¿Cuánto vale dicha superficie? Interpretar el resultado.

57.



Con 100 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared de 60 metros de largo, como indica la figura.

- a) Llamando **x** a uno de los lados contiguos al muro (ver fig.), expresar los otros dos lados en función de **x**
- b) Obtener la función que expresa el área del recinto en función de x .
- c) Representar la función anterior. ¿Cuál es su $\text{Dom}(f)$?
- d) ¿Cuándo se hace máxima el área del recinto? ¿Cuánto vale dicha área?

58. Un labrador tiene 72 m de valla para hacer un corral de gallinas de forma rectangular. ¿Cómo cambiará el área del corral al variar la longitud x de uno de los lados? Representar gráficamente la función anterior.

FUNCIONES DEFINIDAS POR RAMAS:

59. Representar las siguientes **funciones definidas a trozos** e indicar: Dom(f) e Im(f), continuidad, intervalos de crecimiento, posibles M y m, y ecuación de las posibles asíntotas:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \in (-\infty, 2) \\ x & \text{si } x \in [2, \infty) \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < -1 \\ 1-2x & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 3x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \in (-\infty, 2) \\ x - 2 & \text{si } x \in [2, 4] \\ 5 & \text{si } x \in (4, \infty) \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} 5x - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ -2 & \text{si } x = 2 \\ x/2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } -5 \leq x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x+2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } f(x) = \begin{cases} x/2 & \text{si } x \in (-\infty, 1] \\ 1 & \text{si } x \in (1, \infty) \end{cases}$$

$$\text{g) } f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x < 0 \\ -2 & \text{si } x = 0 \\ \frac{4}{x-2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{h) } f(x) = \begin{cases} -x - 2 & \text{si } x \in (-\infty, 2] \\ x^2 - 4x & \text{si } x \in (2, \infty) \end{cases}$$

$$\text{i) } f(x) = \begin{cases} \frac{5}{x-5} & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ \frac{10}{x+2} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$\text{j) } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 3x - x^2 & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ x - 4 & \text{si } 3 \leq x < 6 \\ 0 & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

👉 Ejercicios libro: **pág. 105: 3; pág. 114 y ss.: 20, 21 y 29**