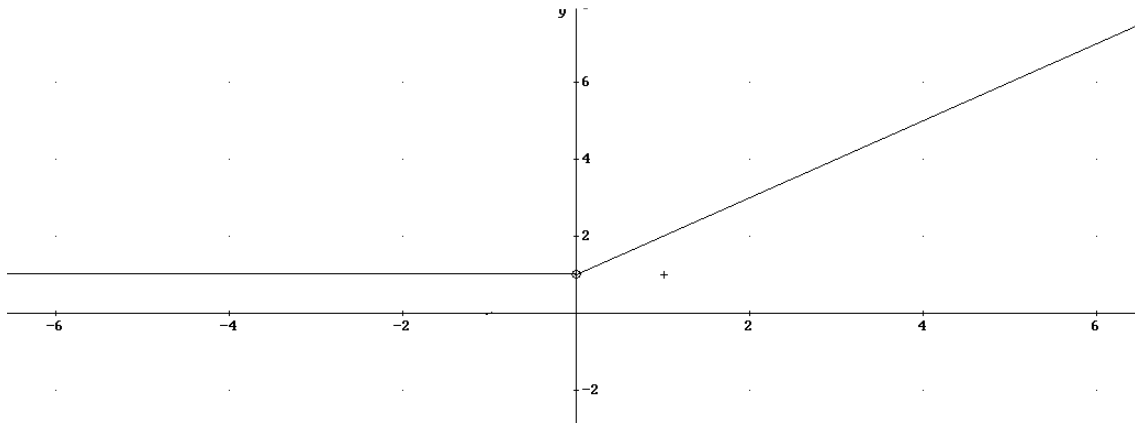


Examen de Funciones 1º Bachillerato.

Nota: todos los ejercicios valen lo mismo

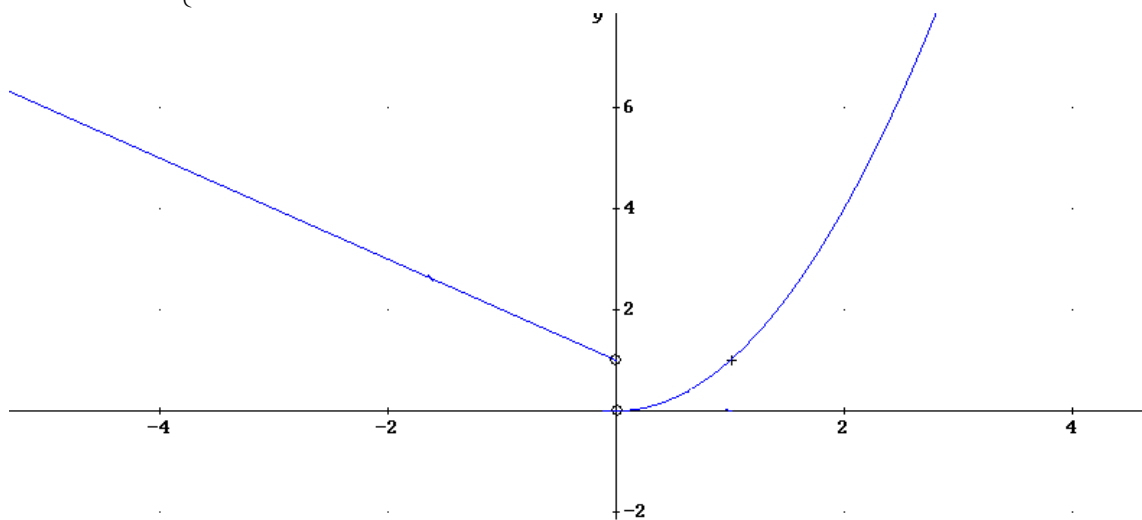
1. Representa e indica la continuidad de la siguiente función. Si tienen alguna discontinuidad, indica el valor de la discontinuidad:

a. $g(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$



Continua en $\mathbb{R} - \{0\}$. En $x=0$ discontinuidad de tipo evitable.

b. $h(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x > 0 \\ 1-x & \text{si } x < 0 \end{cases}$



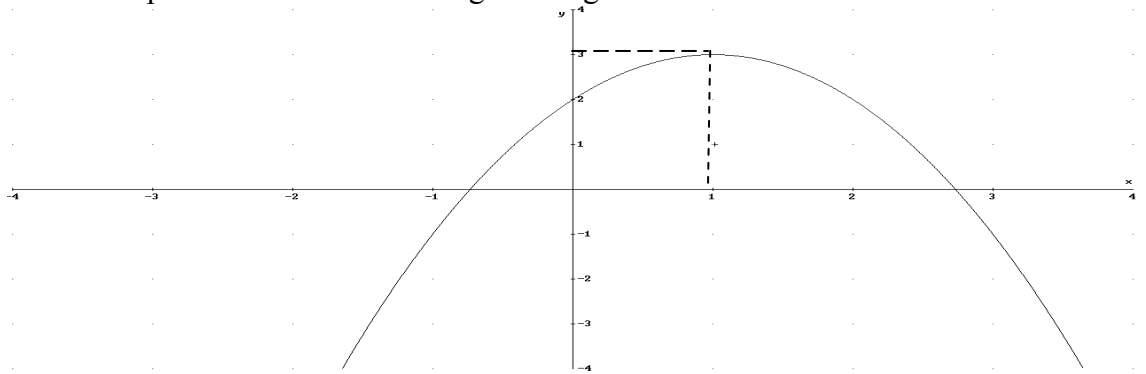
Continua en $\mathbb{R} - \{0\}$. En $x=0$ discontinuidad de tipo no evitable de salto finito.

2. Calcular la pendiente y la ordenada en el origen y expresa así las siguientes rectas como $y=mx+n$:
- Pasa por los puntos (1,0), (2,2)
 - Decrece 3 unidades de y cada vez que crece 2 de x; corta el eje OY en $y=2$.

$$\text{a) } m = \frac{2-0}{2-1} = 2 \rightarrow y = y_0 + m(x - x_0) \rightarrow y = 0 + 2(x - 1) \rightarrow y = 2x - 2 \rightarrow n = -2$$

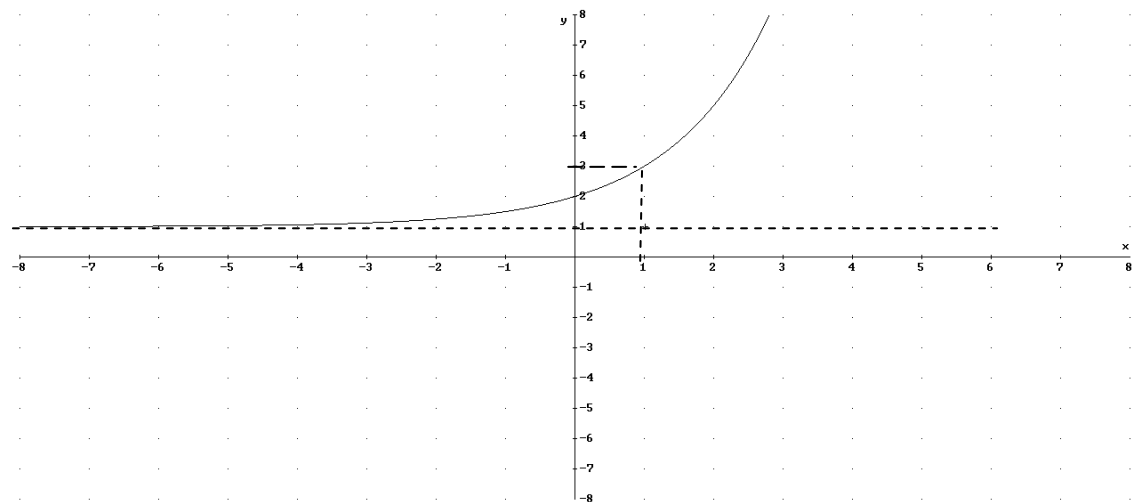
$$\text{b) } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{3}{2}, \quad n = 2 \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 2$$

3. Identifica la expresión analítica de las siguientes gráficas:



Es una parábola con vértice en $V(1,3)$, sustituyendo en $y = y_0 + a(x - x_0)^2$ tenemos que la ecuación es $y = 3 + a(x - 1)^2$. Sólo nos falta calcular el valor de la a , para ello cogemos un punto que no sea el vértice, por ejemplo $P(0,2)$ y sustituimos en la expresión algebraica:

$$2 = 3 + a(0-1)^2 \rightarrow a = -1 \rightarrow y = 3 - (x-1)^2 \rightarrow y = -x^2 + 2x + 2$$



Es una exponencial con asíntota horizontal $y=1$, y tal que en $x=0$ la función ha crecido una unidad respecto la asíntota luego es de la forma $y = 1 + a^x$. Para calcular a sólo tenemos que sustituir en algún punto de la función, por ejemplo en (1,3):

$$3 = 1 + a^1 \rightarrow a = 2 \rightarrow y = 1 + 2^x$$

4. Calcula el periodo de las siguientes funciones. Representálas en el intervalo $[-4\pi, 4\pi]$

- a. $f(x)=1-\text{sen}(2x)$
 b. $g(x)=2+\text{cos}(0.5x)$

a) El periodo de las funciones trigonométricas $y=\text{sen}(x)$, $y=\text{cos}(x)$, y $y=\text{tg}(x)$ es 2π . Veamos cuando el argumento, $2x$, da una vuelta, es decir pasa de 0 a 2π .

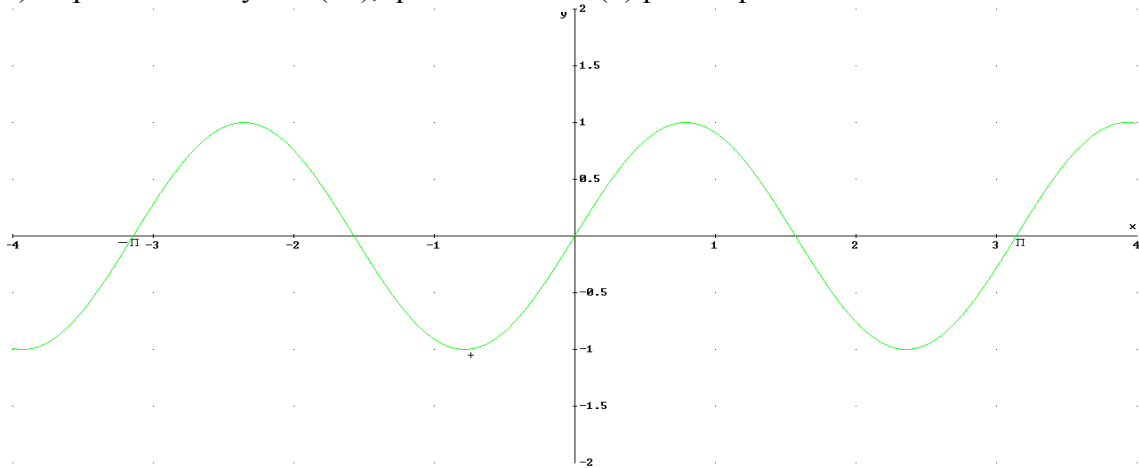
$$2x_1=0 \rightarrow x_1=0$$

$$2x_2=2\pi \rightarrow x_2=\pi$$

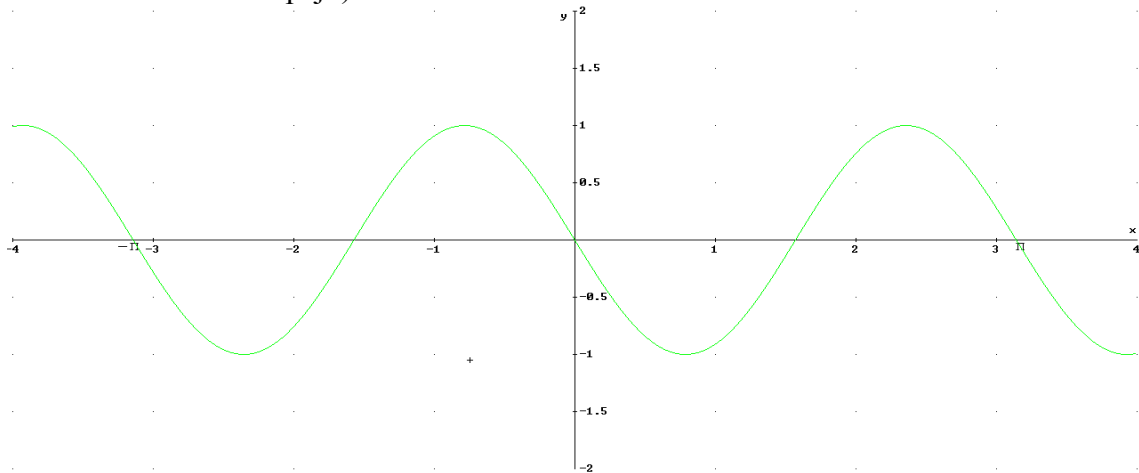
$$T=x_2-x_1=\pi-0=\pi$$

Para representarla lo haremos en varios pasos:

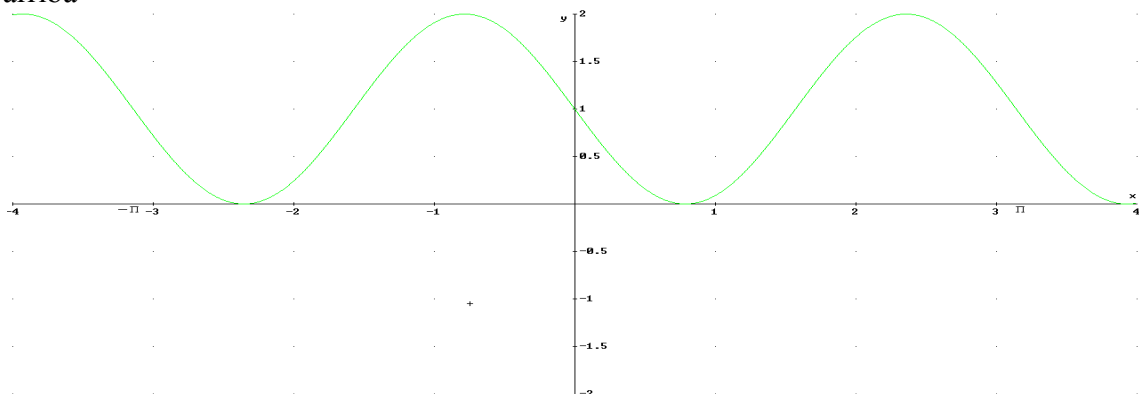
1) Representamos $y=\text{sen}(2x)$, que es como $\text{sen}(x)$ pero el periodo π :



2) Representamos $y=-\text{sen}(2x)$, que es como $\text{sen}(2x)$ pero cambiando el signo (el eje OX es como si fuera un espejo)



3) Por fin, representamos $f(x)=1-\text{sen}(2x)$ desplazando $y=-\text{sen}(2x)$ una unidad hacia arriba



b) El periodo de las funciones trigonométricas $y=\text{sen}(x)$, $y=\text{cos}(x)$, y $y=\text{tg}(x)$ es 2π . Veamos cuando el argumento, $0.5x$, da una vuelta, es decir pasa de 0 a 2π .

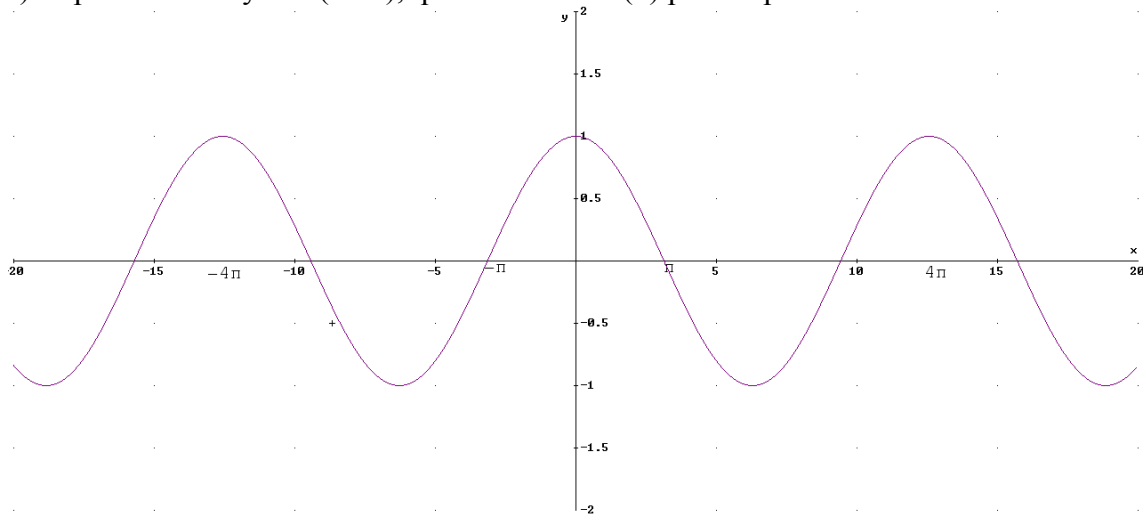
$$0.5x_1=0 \rightarrow x_1=0$$

$$0.5x_2=2\pi \rightarrow x_2=4\pi$$

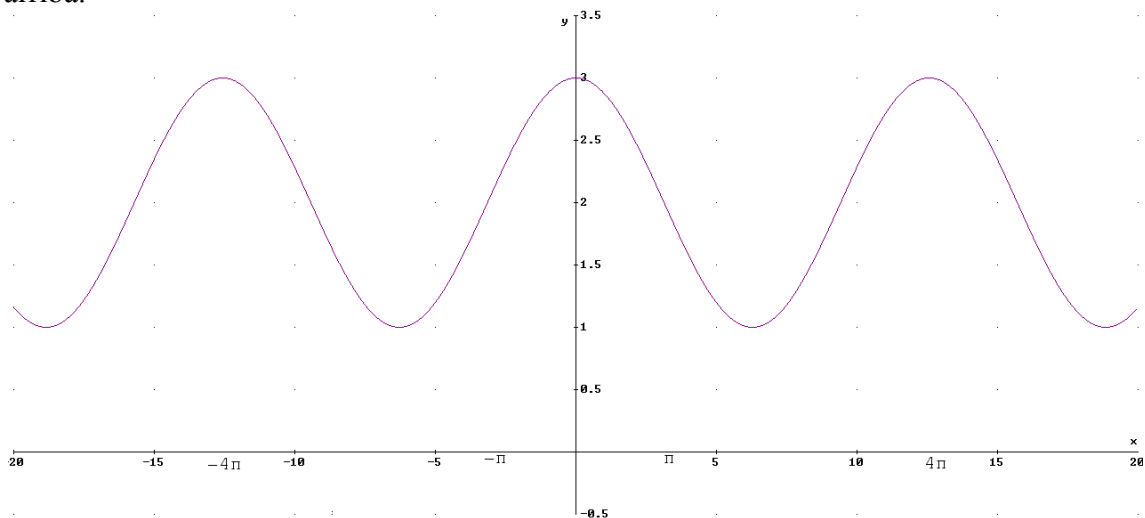
$$T=x_2-x_1=4\pi-0=4\pi$$

Para representarla lo haremos en varios pasos:

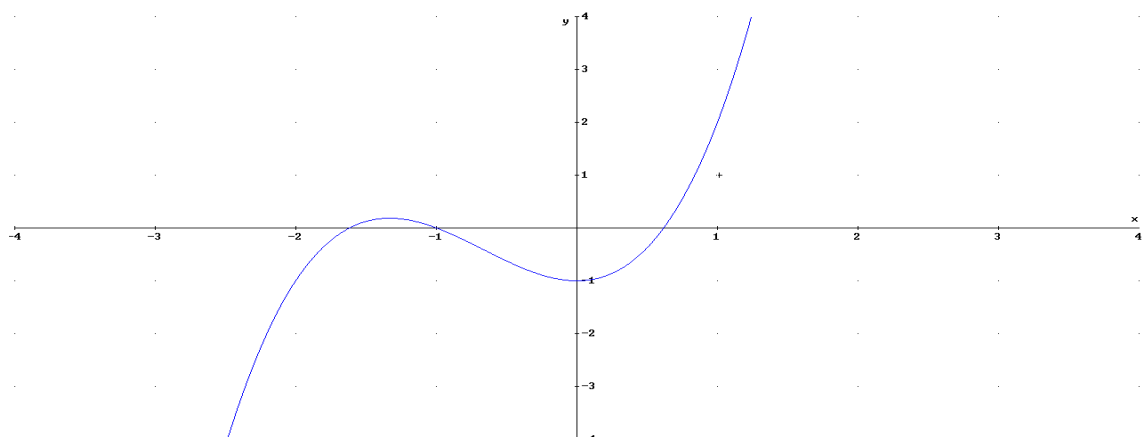
1) Representamos $y=\text{cos}(0.5x)$, que es como $\text{cos}(x)$ pero el periodo 4π :

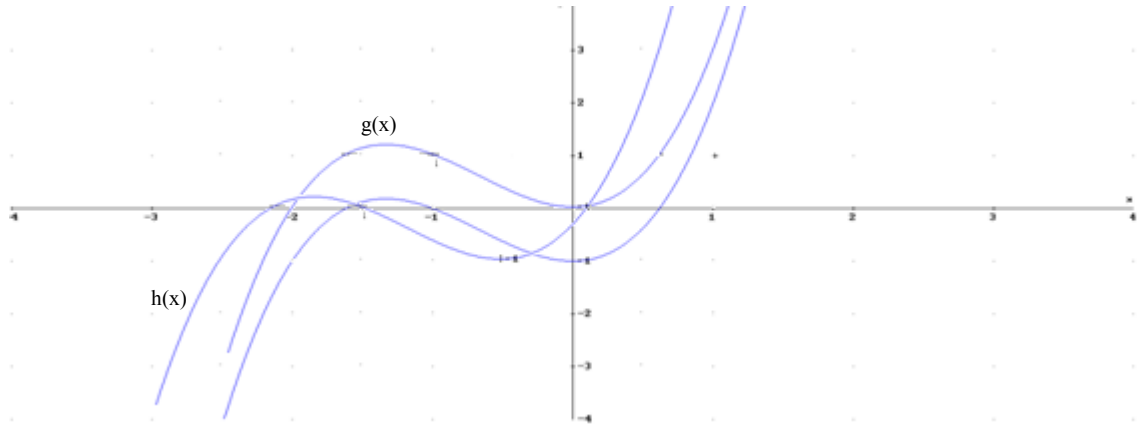


2) Representamos $g(x)=2+\text{cos}(0.5x)$, desplazando la gráfica anterior 2 unidades hacia arriba.

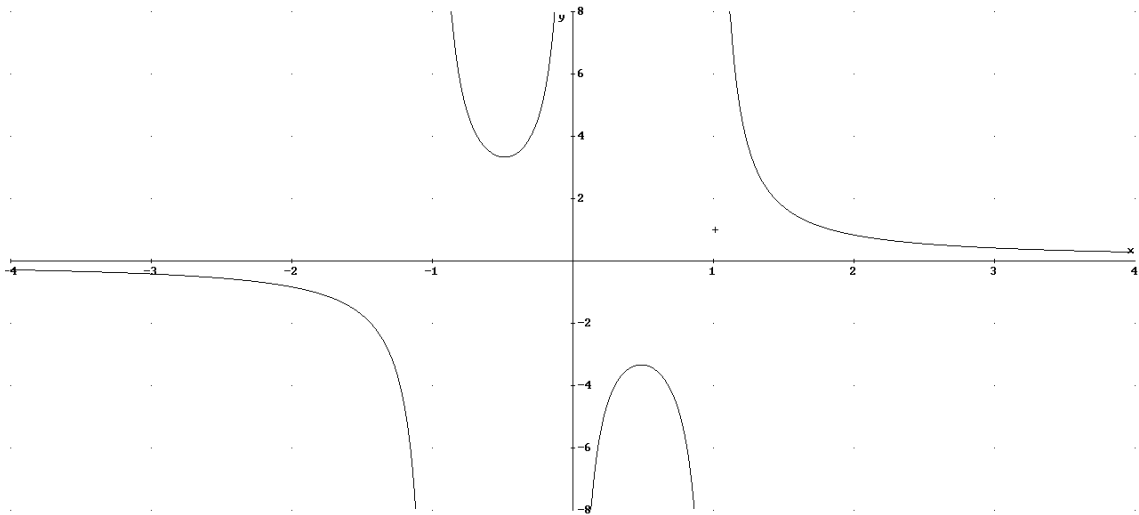


5. Dada la siguiente gráfica de $f(x)$, dibuja la gráfica de $g(x)=f(x)+1$ y $h(x)=f(x-1)$





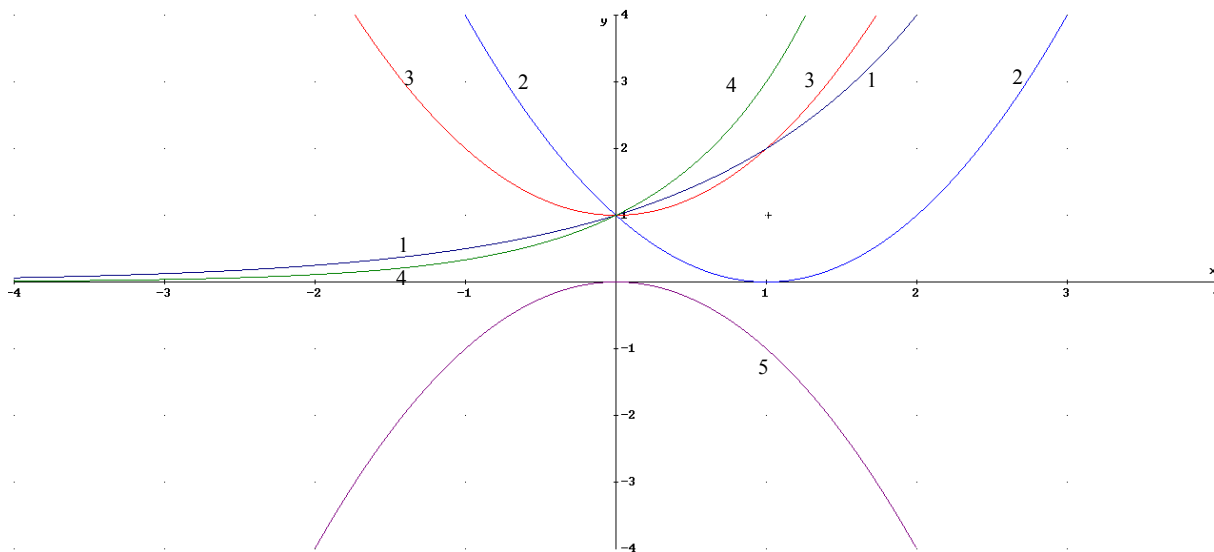
6. De la siguiente función indica: a) Dominio, b) Corte con los ejes, c) Simetrías, d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, e) Intervalos de Concavidad y Convexidad, f) Tendencias y Asíntotas, g) Máximos y mínimos relativos (aproximados):



- a) Dominio $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$
- b) Cortes con los ejes: no corta
- c) Simetría: impar $f(x) = -f(-x)$
- d) Crece en $(-0.5, 0) \cup (0, 0.5)$ y decrece en $(-\infty, -1) \cup (-1, -0.5) \cup (0.5, 1) \cup (1, \infty)$
- e) Concavidad en $(-1, 0) \cup (1, \infty)$, convexidad $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
- f) Asíntotas y tendencias:
 - a. Asíntota horizontal: $y=0$
 - b. Asíntotas verticales: $x=-1$, $x=0$, $x=1$
- g) Máximo $M(-0.5, -3.5)$ y mínimo $m(0.5, 3.5)$

7. Identifica cada gráfica con su expresión analítica:

a) $y=1+x^2$; b) $y=(x-1)^2$; c) $y=-x^2$; d) $y=2^x$; e) $y=3^x$



a→3, b→2, c→5, d→1, e→4