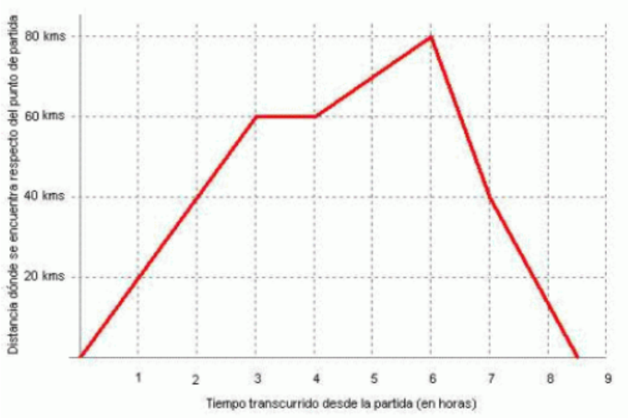
1. Un ciclista decide salir de ruta y durante un tiempo pedalea por un camino hasta que llega a una zona de descanso en donde se detiene para comer. A continuación, sigue avanzando durante otro rato más, momento en que decide volver a casa por el mismo camino que había elegido para la ida.



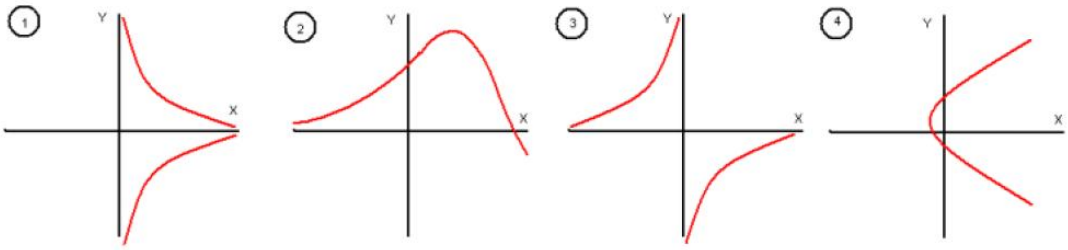
Observando la gráfica anterior, responder:

a. ¿A cuántos kilómetros de su casa decide parar a comer?
b. ¿Qué tiempo había transcurrido cuando decide esa parada?
c. ¿Cuánto tiempo ha estado comiendo?
d. ¿Cuánto tarda en volver a casa desde que decide regresar?
e. ¿En qué momento de la ida tenía el camino una pendiente más pronunciada?
f. ¿Durante qué franja de tiempo pedaleó a más velocidad el ciclista?
g. ¿Cuáles son el dominio y el recorrido de la función?
h. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido entre la ida y la vuelta?

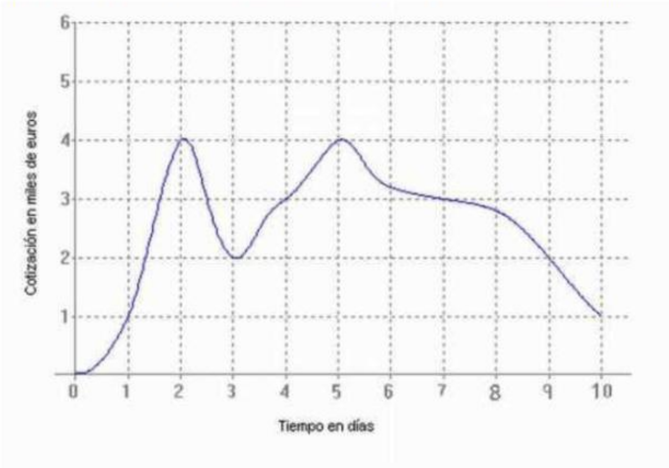
2. Decide razonadamente si las siguientes correspondencias son funciones o no. En las que sí lo sean, indica cuál representa la variable independiente y cuál la dependiente.

a. A todo número natural se le hace corresponder su número natural siguiente.
b. A todo número natural se le asocian sus divisores.
c. A cada día del año se le asocia la cotización del euro frente al dólar.
d. A todo número fraccionario se le asocia su inverso.
e. A todo número se le asocia su raíz cuadrada.
f. A cada fase de la luna le asociamos la fecha en la que se da dicha fase.
g. A todo número se le asocia su doble más siete.

3. ¿Cuáles de éstas gráficas no corresponden a una función? ¿Por qué?



4. La cotización en bolsa de un determinado producto en los primeros 10 días en que se sacó a bolsa es la función representada en la imagen:



   a. ¿Cuál es su dominio? ¿Cuál es su recorrido?
   b. ¿Cuánto cotizaba este producto al cabo de 1 día? ¿Y al cabo de 9 días?
   c. ¿Cuándo suben las acciones? ¿Cuándo bajan?
   d. ¿Cuándo alcanzan su máximo? ¿Y su mínimo?

5. Observa los siguientes datos que se dan en una tabla:

x (horas)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y (miles)	3	6	12	24	48	96	192	384	768

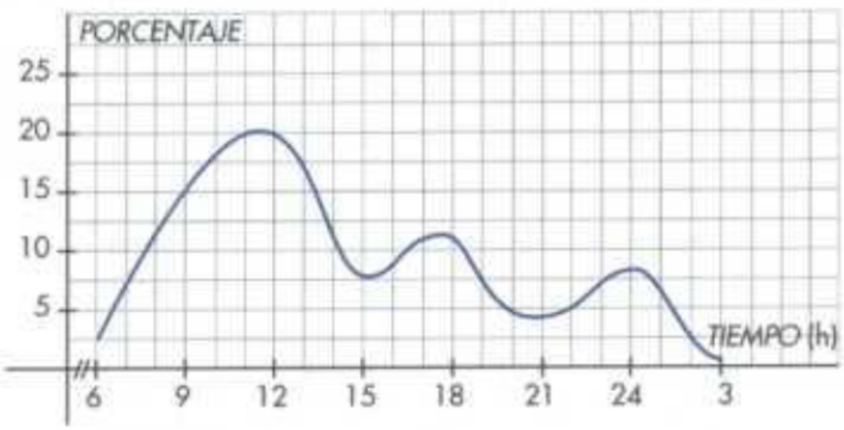
Corresponden al número aproximado de bacterias, en miles, de una colonia a lo largo del tiempo medido en horas.

   a. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
   b. Hacer un esbozo de la gráfica de esta función.

6. Un padre que estuvo observando desde el balcón a su hijo Alberto como iba al colegio:
   De casa salió a las 8.30 y fue seguidito hasta casa de su amigo Tomás. Lo esperó un rato sentado en el banco y luego se fueron juntos, muy despacio, hacia el colegio. Cuando ya estaban llegando, mi hijo se dio cuenta de que se había dejado la cartera en el banco; volvió corriendo, la recogió y llegó a la escuela a las 9 en punto.

   Esbozar una gráfica que represente la función que describe la distancia a la que se encuentra Alberto según el instante entre las 8.30 y las 9.00 de la mañana.

7. Esta gráfica muestra la evolución de la audiencia de radio en España en un día promedio del año 1993. El porcentaje se refiere a toda la población española de 14 años o más.



a. ¿Entre qué horas se realiza la medida?
b. ¿En qué horas del día aumenta el porcentaje de personas que escuchan la radio? ¿Cuándo disminuye?
c. ¿En qué momento de la mañana es máximo el porcentaje de oyentes?
d. ¿Cuál es el máximo de la tarde? ¿Y de la noche?
e. ¿Cuál es el porcentaje de oyentes a las 8 de la mañana? ¿Y a las 9 de la noche?

8. La siguiente tabla muestra los datos recogidos respecto a la longitud del feto durante el embarazo según las semanas de gestación:

x	y
5	1
10	7
15	15
20	25
25	35
30	42
35	48
40	52

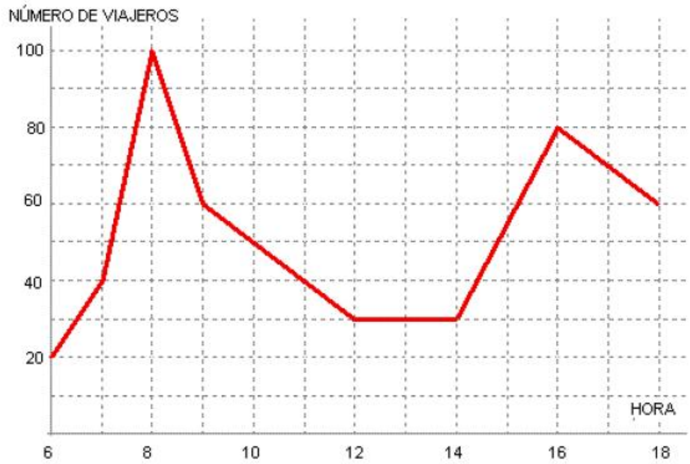
a. Usando la tabla de valores, representar gráficamente la función.
b. Señalar cuál es la variable independiente y cuál la dependiente y en qué se mide cada una.
c. Durante las primeras dos o tres semanas de gestación el feto es casi microscópico. ¿Cuánto medirá cuando la gestación sea de 12 semanas y media.
d. ¿Cuál es la longitud que suele tener un niño al nacer?
e. Si la expresión $P = 0'025 \cdot l^3$ nos da de forma aproximada el peso del feto en gramos según su longitud l en centímetros. Construir la correspondiente tabla y dibujar la gráfica de la función que representa el peso en gramos del feto según la semana de gestación.

9. Un remonte de una pista de montaña funciona de 9 de la mañana a 4 de la tarde y su recorrido es el siguiente:

Desde la salida hasta la pista, que está a 1200 m, tarda 15 minutos. Se para en la pista 15 min. Baja hasta la base en 10 minutos. Está parado 20 min, y empieza de nuevo el recorrido.

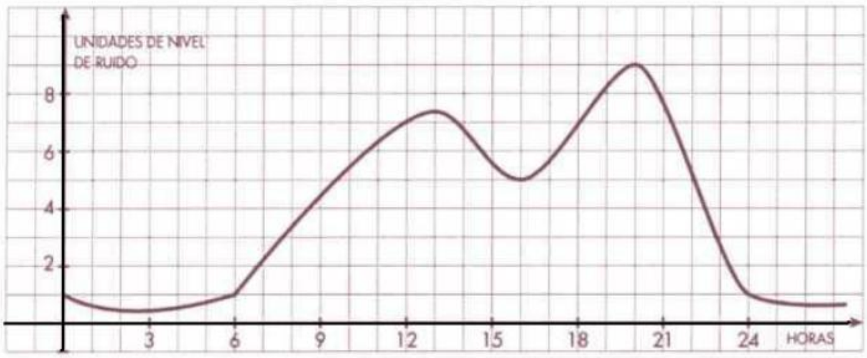
a. Dibujar la gráfica que representa el recorrido del remonte.
b. ¿Cuál es la posición del remonte a las 12 h 30 min? ¿Y a las 12 h 20 min?
c. ¿Observas alguna característica especial en la gráfica?. Comentarla.

11. Observar en esta gráfica que el número de viajeros en una línea de autobuses ha ido en aumento entre las 6y las 8 de la mañana.



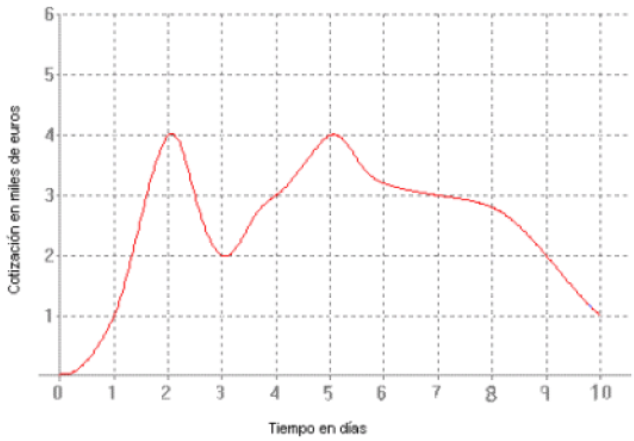
a. ¿El crecimiento de la función es igual entre las 6 y las 7 que entre las 7 y las 8?
b. Indica los tramos en los que la función es decreciente y los tramos en los que es creciente.
c. ¿En qué tramo no hay variación en el número de viajeros? ¿Cómo dirías que es la función en ese tramo?
d. ¿En qué momento hubo un número máximo de viajeros?

12. La siguiente gráfica nos muestra el nivel de ruido que se produce en un cruce de grandes avenidas de una ciudad:

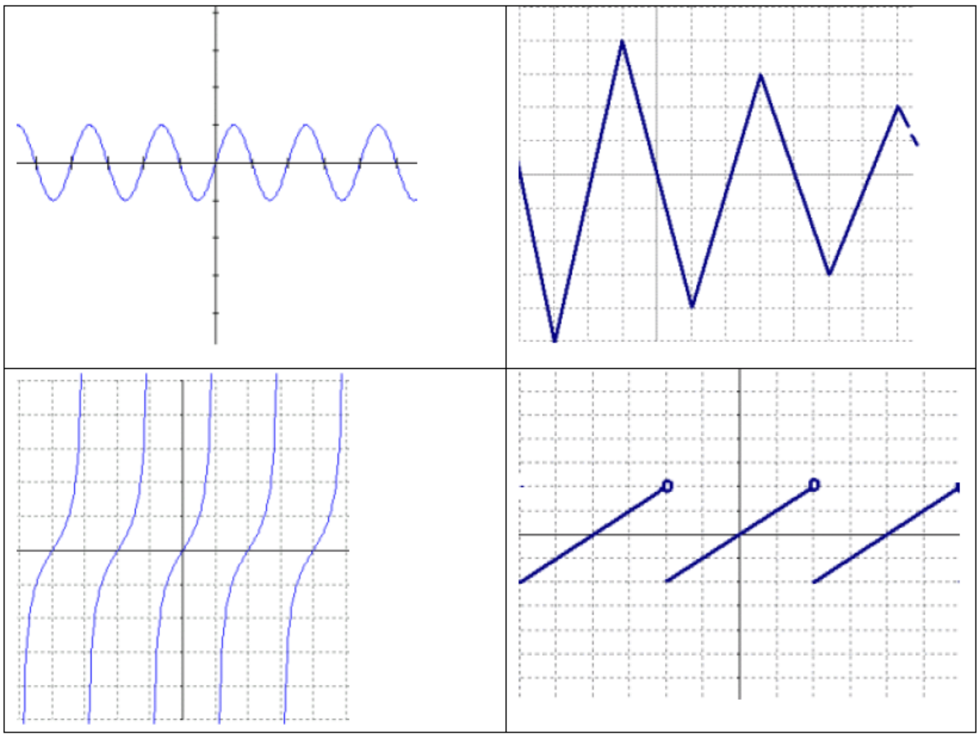


a. ¿Cuándo crece el nivel de ruido? ¿Cuándo decrece?
b. Indicar los instantes de tiempo en los cuales la intensidad del ruido es máxima o mínima.

13. Estudiar los intervalos en los que la siguiente función es cóncava o es convexa. Encontrar los puntos de inflexión:



14. De las siguientes funciones indicar cuál es periódica y cuál no. En la que sí lo sea intentar hallar el período:



Continuidad de funciones.

Ejercicios:

1º Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ b) $f(x)=\dfrac{x-2}{x+3}$ c) $f(x)=\dfrac{x+1}{x+5}$

d) $f(x)=\dfrac{x+3}{x-4}$ e) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ f) $f(x)=\dfrac{x}{x^2+2x+1}$

g) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-x}$ h) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+1}$ i) $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-1}$

j) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^4-2x^2+1}$ k) $f(x)=\dfrac{x^2+2x+3}{x^3+3x^2+3x+1}$ l) $f(x)=\dfrac{1}{(x^2-1)\cdot(x^2-4)}$

2º Determina el dominio y la continuidad y clasifica las discontinuidades presentes en las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ b) $f(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x+3}$ c) $f(x)=\dfrac{x^2+5x}{(x+5)^2}$

d) $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2-4}$ e) $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$ f) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+2x+1}$

g) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+x}$ h) $f(x)=\dfrac{x^3+1}{x+1}$ i) $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-9}$

j) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^4-2x^2+1}$ k) $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2+2x+1}$ l) $f(x)=\dfrac{(x+1)(x+2)}{(x^2-1)\cdot(x^2-4)}$

m) $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x^2+x-2}$ n) $f(x)=\dfrac{x^3-5x^2+8x-4}{x^3-3x^2+2x}$ ñ) $f(x)=\dfrac{x^3-2x^2-x+2}{x^2+3x+2}$

Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\sqrt{x+1}$ b) $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ c) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$

d) $f(x)=\sqrt{-x^2+2x-1}$ e) $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ f) $f(x)=\sqrt{x^2-9}$

g) $f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$ h) $f(x)=\sqrt{x^3+2x-3}$ i) $f(x)=\sqrt[3]{x^3-1}$

j) $f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$ k) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x^2+1}}$ l) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$

m) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-4}{x^2+2x+1}}$ n) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}-1}$ ñ) $f(x)=\dfrac{x+2}{\sqrt{x-1}}$

o) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-1}{4-x^2}}$ p) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-4x-5}}$ q) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+5x+6}{x^2+x}}$

10.22 **Halla el dominio y el recorrido de las siguientes funciones.**

a) $f(x) = 4x - 6$ c) $y = \sqrt{x^2 + 2}$ e) $h(x) = \sqrt{3 + 2x}$

b) $y = x^2 + 3$ d) $g(x) = \sqrt{15 - 3x}$ f) $y = \sqrt{8x - 6}$

10.24 **Calcula el dominio de estas funciones.**

a) $f(x) = \dfrac{2x - x^3}{4x^2 + 6}$ c) $g(x) = \dfrac{x - 2}{3x^2 - 3}$ e) $h(x) = \dfrac{x}{2x + 8}$

b) $y = \dfrac{1}{x^3 - 8}$ d) $y = \dfrac{1}{2 - x}$ f) $y = \dfrac{3x^2 - 6}{x^2 + 5x + 4}$

10. Calcular el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x^2}{2x+6}$; b) $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-2x-8}$; c) $y = x^2 - 6x$;

d) $y = \dfrac{x^2-2x}{2x^2+8}$; e) $g(x)= \dfrac{1-x^2}{x^2-x-6}$; f) $y = \sqrt{x-3}$;

g) $f(x)=\dfrac{1}{5x-15}$; h) $f(x)= \sqrt{x+7}$; i) $h(x)= \dfrac{3x^2}{x^2-16}$;

j) $y = \sqrt{x^2+1}$; k) $t(x)= \sqrt{-x^2+2x+3}$; l) $f(x)= \sqrt{x^2-6x}$;

10.1 **Halla el dominio y el recorrido de estas funciones.**

a) $f(x) = 3x - 1$ b) $g(x) = |x|$ c) $h(x) = x^3$

10.2 **Calcula el dominio de estas funciones.**

a) $f(x) = \dfrac{5x}{x^2 - 1}$ b) $g(x) = \sqrt{x^2 - x - 6}$ c) $h(x) = \dfrac{2x + 3}{x(x^2 + 1)}$ d) $j(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

a) $D(f) = \mathbf{R} - \{-1, 1\}$ b) $D(g) = (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ c) $D(h) = \mathbf{R} - \{0\}$ d) $D(j) = \mathbf{R}$

5º Determinar la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\begin{cases} 2-x & x<1 \\ \dfrac{1}{x} & x\geq 1 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} 1-x^2 & x\leq 0 \\ 2^{x+1} & x>0 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} x-3 & x\leq 0 \\ 2 & 0<x<3 \\ -x & x\geq 3 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} 2x+5 & x\leq -1 \\ x+5 & -1<x\leq 1 \\ 3x & 1<x \end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases} 2x & x\leq -1 \\ -2 & -1<x<3 \\ x-5 & 3\leq x \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} -x+3 & x<1 \\ 2 & 1\leq x<2 \\ x & 2\leq x \end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases} -x-1 & x\leq -1 \\ 1-x^2 & -1<x<1 \\ x-1 & 1\leq x \end{cases}$

h) $f(x)=\begin{cases} 1 & x<0 \\ 1+x & 0<x<1 \\ x^2-2x & 1\leq x \end{cases}$

12º Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\log(x+1)$

b) $f(x)=\log\left(x^2+1\right)$

c) $f(x)=\ln\left(1-x^2\right)$

d) $f(x)=\ln\left(-x^2+2x-1\right)$

e) $f(x)=\log\left(x^2-4\right)$

f) $f(x)=\ln\left(x^2-9\right)$

g) $f(x)=\ln\left(x^2-5x+6\right)$

h) $f(x)=\log\left(x^3+2x-3\right)$

i) $f(x)=\log_2\left(x^3-1\right)$

j) $f(x)=\log\left(\dfrac{x-2}{x^2+1}\right)$

k) $f(x)=\dfrac{x-2}{\ln\left(x^2+1\right)}$

l) $f(x)=\log_5\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

m) $f(x)=\dfrac{\ln\left(4-x^2\right)}{x^2+2x+1}$

n) $f(x)=\dfrac{1}{\log(x^2+1)-1}$

ñ) $f(x)=\ln\left(\dfrac{x+2}{1-x}\right)$

o) $f(x)=\ln\left(\dfrac{x^2-1}{4-x^2}\right)$

p) $f(x)=\ln\left(\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-4x-5}\right)$

q) $f(x)=\log\left(\dfrac{x^2+5x+6}{x^2+x}\right)$

10.39 Considera la función $f(x)=\begin{cases} 8-x^2 & \text{si } x\leq -1 \\ 3x^2+9 & \text{si } x>-1 \end{cases}$ y calcula $f(3)$, $f(10)$, $f(0)$, $f(-1)$ y $f\left(\dfrac{3}{4}\right)$.

ASÍNTOTAS

12.7 **Encuentra las asíntotas horizontales y verticales de las siguientes funciones:**

a) $y = \dfrac{5x + 2}{x - 1}$ b) $y = \dfrac{-3x + 2}{x}$ c) $y = \dfrac{2x^2}{x^2 - x - 6}$ d) $y = \dfrac{x^3 + 2}{x^3 - x}$

12.8 **Calcula las asíntotas oblicuas de esta función** $y = \dfrac{-2x^3 + 5x + 3}{x^2 - 4}$.

12.9 **Halla todas las asíntotas de la siguiente función** $y = \dfrac{4x^3}{x^2 - x - 6}$.

Ejercicios de composición e inversa de funciones.

1º Sean las siguientes funciones:

$$f(x)=\ln(x+1) \qquad g(x)=x^2+x \qquad h(x)=\frac{1-x^2}{1+x^2}$$

Determinar las siguientes composiciones de funciones:

a) $f(g(x))$ b) $f(f(x))$ c) $f(h(x))$

d) $g(h(x))$ e) $h(f(x))$ f) $f(g(h(x)))$

2º Calcule la inversa de las funciones:

a) $f(x)=\dfrac{3x+2}{1-x}$ b) $f(x)=\sqrt{2x+3}$ c) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+3}$

d) $f(x)=\dfrac{x+5}{2x-2}$ e) $f(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$ f) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

g) $f(x)=\dfrac{x-4}{3x-5}$ h) $f(x)=\dfrac{2x-1}{2x-3}$ i) $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$

j) $f(x)=\log(x)$ k) $f(x)=(x-1)^3$ l) $f(x)=e^{x+1}$

m) $f(x)=e^{e^x}$ n) $f(x)=\sqrt{x^2+2x+1}$ ñ) $f(x)=\ln(5x+1)$

10.35 **Comprueba si $f(x) = 2x^2 - 4$ y $g(x) = \sqrt{\dfrac{x+4}{2}}$ son funciones recíprocas.**

10.14 **Dadas las funciones $f(x) = 5x^2 + 3$ y $g(x) = x + 7$:**

a) Calcula las funciones $g \circ f$ y $f \circ g$.

b) ¿Es conmutativa la composición de funciones?

10.16 **Dada la función $f(x) = 3x^2 - 5$:**

a) Halla la función f^{-1}.

b) Calcula la composición de estas funciones: $f^{-1} \circ f$ $\qquad f \circ f^{-1}$

Ejercicios de simetrías y tasa de variación media:

1º Determine la simetría (si la hubiese) de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\ln(x^2+1)$ b) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-7}$ c) $f(x)=x^5-x^3+x$

d) $f(x)=\dfrac{x}{1-x}$ e) $f(x)=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$ f) $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$

g) $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ h) $f(x)=\cos x$ i) $f(x)=\sin x$

10.11 **¿Presentan algún tipo de simetría estas funciones?**

a) $y = 3x$ **b)** $y = 3x + 2$ **c)** $y = 5x^2 + 3$

10.12 **Estudia la simetría de las siguientes funciones.**

a) $y = |x|$ **b)** $y = -3x^2 + 1$ **c)** $y = -2x^3 + 2$

10.31 **Estudia la simetría de las siguientes funciones, indicando en caso afirmativo de qué tipo de simetría se trata.**

a) $f(x) = x^3 - 4x$ **b)** $g(x) = 2 - x^4$ **c)** $h(x) = \dfrac{3}{x - 1}$ **d)** $j(x) = 1 - x^3$

Ejercicios de representación de funciones sencillas:

1° Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=x-1$ b) $f(x)=2x+1$ c) $f(x)=2x-1$ d) $f(x)=1-2x$

e) $f(x)=5+2x$ f) $f(x)=4-3x$ g) $f(x)=-1-x$ h) $f(x)=3x-4$

2° Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^2-1$ b) $f(x)=x^2-4$ c) $f(x)=x^2+1$ d) $f(x)=2x^2-2$

e) $f(x)=1-x^2$ f) $f(x)=x^2-3x+2$ g) $f(x)=-x^2-2x$ h) $f(x)=6x-3x^2$

3° Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=(x+1)^2$ b) $f(x)=4\cdot(x-2)^2$ c) $f(x)=(x-3)^2$

d) $f(x)=\dfrac{(x-1)^2}{2}$ e) $f(x)=(x-1)^2+1$ f) $f(x)=1-(x-2)^2$

g) $f(x)=2-(x-1)^2$ g) $f(x)=1+(x+1)^2$

Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$ c) $f(x)=\dfrac{4}{x+1}$ d) $f(x)=\dfrac{-1}{x+2}$

e) $f(x)=\dfrac{1}{2x-4}$ f) $f(x)=\dfrac{1}{3x-9}$ g) $f(x)=\dfrac{1}{x+1}+1$ g) $f(x)=\dfrac{1}{x+2}-1$

6° Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}$ c) $f(x)=\dfrac{2}{(x-1)^2}$ d) $f(x)=\dfrac{-2}{(x+2)^2}$

7° Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{(x+3)(x-2)}$ c) $f(x)=\dfrac{1}{(x-1)(x+2)}$

d) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ e) $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)(x^2-1)}$ f) $f(x)=\dfrac{1}{x^4-1}$

12.11 **Representa en los mismos ejes las siguientes funciones exponenciales.**

a) $y = 2^x$ **b)** $y = 3^x$ **c)** $y = 5^x$

12.12 **Representa estas funciones exponenciales.**

a) $y = 2e^{-x}$ **b)** $y = -e^x$

12.13 **Representa en los mismos ejes las siguientes funciones exponenciales.**

a) $y = -10^x$ e $y = 10^{-x}$ **b)** $y = 10^x$ e $y = 10^{x+1}$

12.14 **A partir de la gráfica de la función $y = \ln x$, representa la gráfica de las funciones $y = -\ln x$ e $y = |\ln x|$.**

12.15 Representa la función $y = 4^x$ y, a partir de su gráfica, dibuja la de la función $y = \log_4 x$.

12.35 Dibuja las gráficas de las siguientes funciones en los mismos ejes.

a) $y = \dfrac{4}{x - 3}$

b) $y = \dfrac{-1}{x - 3}$

c) $y = \dfrac{8}{x - 3}$

12.1 Representa las siguientes funciones lineales e indica el valor de sus pendientes.

a) $y = -3$

b) $y = 5x - 1$

c) $y = -2x + 1$

12.2 Representa estas funciones cuadráticas encontrando primero el vértice de las parábolas.

a) $y = x^2$ b) $y = x^2 + 2x + 3$ c) $y = -x^2 + 2x + 1$

12.3 Representa en los mismos ejes estas funciones.

a) $y = \dfrac{4}{x}$

b) $y = \dfrac{10}{x}$

c) $y = \dfrac{30}{x}$

12.4 Representa en los mismos ejes estas funciones.

a) $y = \dfrac{-6}{x + 3}$

b) $y = \dfrac{12}{x - 1}$

c) $y = \dfrac{x + 5}{x - 1}$

8º Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=\sqrt{x-1}$ b) $f(x)=\sqrt{x+1}$ c) $f(x)=\sqrt{x+3}$ d) $f(x)=\sqrt{x+3}-1$

e) $f(x)=\sqrt{1-x}$ f) $f(x)=\sqrt{3-x}-2$ g) $f(x)=\sqrt{2-x}+1$ h) $f(x)=\sqrt{2-4x}$

9º Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=e^{x+1}$ b) $f(x)=e^{x-1}$ c) $f(x)=-e^{x}$

d) $f(x)=-e^{x-1}$ e) $f(x)=e^{-x}$ f) $f(x)=e^{-x+1}$

g) $f(x)=e^{x}+1$ h) $f(x)=e^{x}-1$ g) $f(x)=e^{x}-2$

10º Represente las siguientes funciones:

a) $f(x)=\ln(x+1)$ b) $f(x)=\ln(x-1)$ c) $f(x)=\ln(x+2)$

d) $f(x)=\ln(x-2)$ e) $f(x)=\ln(x)+1$ f) $f(x)=\ln(x)-1$

g) $f(x)=\ln(x-1)-1$ h) $f(x)=\ln(x+1)+1$

10.17 **Representa estas funciones definidas a trozos.**

a) $y=\begin{cases} x^2 & \text{si } x<-1 \\ x+2 & \text{si } -1\le x\le 1 \\ 2 & \text{si } x>1 \end{cases}$ b) $y=\begin{cases} 4 & x<-2 \\ -x^2 & -2\le x<4 \\ 2x-3 & x\ge 4 \end{cases}$

10º Represente las siguientes funciones teniendo en cuenta las posibles discontinuidades:

a) $f(x)=\begin{cases} x-1 & x\le 0 \\ x & x>0 \end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases} 2x & x\le 1 \\ -x+3 & x>1 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} x & x<-1 \\ x+3 & x\ge -1 \end{cases}$ d) $f(x)=\begin{cases} x^2 & x<0 \\ x & x>0 \end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases} x^2 & x<0 \\ x & x\ge 0 \end{cases}$ f) $f(x)=\begin{cases} x+2 & x<0 \\ x^2-2 & x\ge 0 \end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases} x+1 & x\le -2 \\ 3 & -2<x<0 \\ x^2-3x & 0\le x \end{cases}$ h) $f(x)=\begin{cases} 1-x^2 & x\le -1 \\ 2 & -1<x<1 \\ x^2-1 & 1\le x \end{cases}$

i) $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\le -1 \\ 1-x & -1<x<2 \\ x^2 & 2\le x \end{cases}$ j) $f(x)=\begin{cases} 4-x^2 & x\le -1 \\ x^2-1 & -1<x\le 1 \\ x^2+1 & 1<x \end{cases}$

10.40 Dibuja las siguientes funciones definidas a trozos.

a) $f(x) = \begin{cases} 3 - x & \text{si} \quad x < -4 \\ 2x + 1 & \text{si} \quad -4 \leq x < 2 \\ 5 & \text{si} \quad x \geq 2 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si} \quad x < 1 \\ 2 - 5x & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$

1 Representa la función.

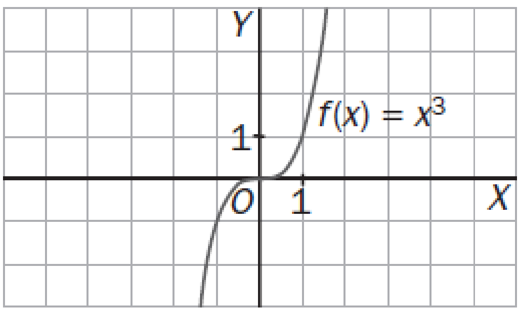
$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{si } x < -4 \\ -\dfrac{1}{2}x - 3 & \text{si } -4 \leq x < 0 \\ \dfrac{2}{5}x - 3 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2} & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ -5 & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$$

2 Representa las siguientes funciones.

a) $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si} \quad x \leq 0 \\ 3 & \text{si} \quad 0 < x \leq 2 \\ \dfrac{x+1}{3} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

MONOTONÍA Y PUNTOS CRÍTICOS

10.3 Estudia el crecimiento o decrecimiento de la función $f(x) = x^3$.

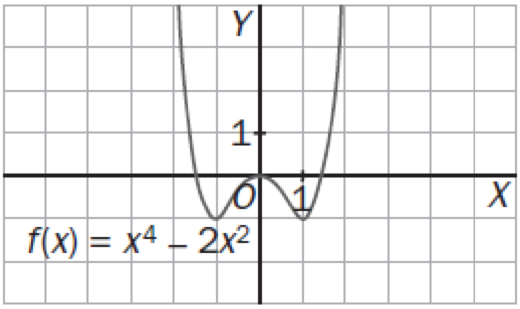


10.4 Indica en qué intervalos es creciente o decreciente la función $y = x^4 - 2x^2$.

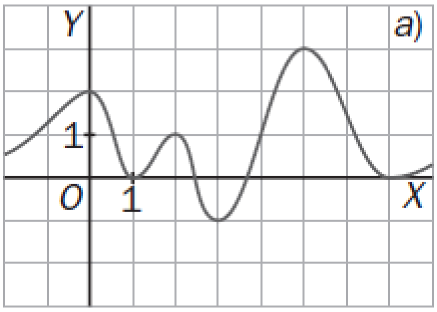
10.28 Teniendo en cuenta su gráfica, estudia la función $y = x^2$ en los intervalos [0; 0,5] y [−0,5; 0].

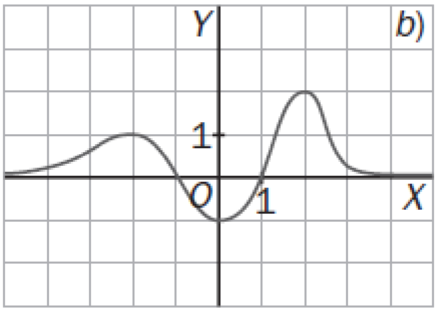
a) ¿Es creciente o decreciente?

b) ¿Qué se puede afirmar del punto (0, 0)?



10.5 Señala los máximos y mínimos de estas funciones.

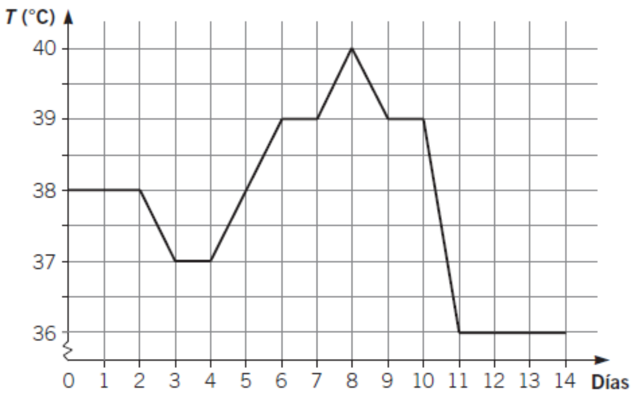




10.6 Indica los máximos y mínimos de estas funciones.

a) $y = 3x + 2$ **b)** $y = |x|$ **c)** $y = (x - 2)^2 + 3$ **d)** $y = x^2 - 4$

La temperatura de un enfermo evolucionó a lo largo de 14 días según se muestra en el gráfico siguiente.



a) ¿En qué días subió la temperatura?

b) ¿En qué días permaneció constante?

c) ¿Y en qué días bajó?

d) ¿Cuál fue la temperatura máxima alcanzada? ¿En qué día la alcanzó?

e) ¿Cuál fue la temperatura mínima alcanzada? ¿En qué día la alcanzó?

f) Si le dieron una pastilla los días en que la temperatura subió por encima de 38 °C, ¿qué días tomó la pastilla?

2 Dada la función $y = x^2 - 1$, construye su tabla de valores, represéntala y estudia si es continua o discontinua, su crecimiento y decrecimiento, y si tiene máximos y mínimos.

3 **En la siguiente tabla aparecen las temperaturas medias registradas durante un año en una localidad.**

MES	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
T **(°C)**	4	9	11	16	15	22	26	25	22	14	11	7

a) Dibuja una gráfica a partir de la tabla.

b) La función representada, ¿es continua?

c) Di cuáles son los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) ¿Tiene algún máximo o mínimo?

1 **Dadas las siguientes funciones, resuelve.**

1.° Construye su tabla de valores y dibuja la función.

2.° Determina su dominio y su recorrido.

3.° Di cuáles son sus intervalos de crecimiento o decrecimiento, y si tienen algún máximo o mínimo.

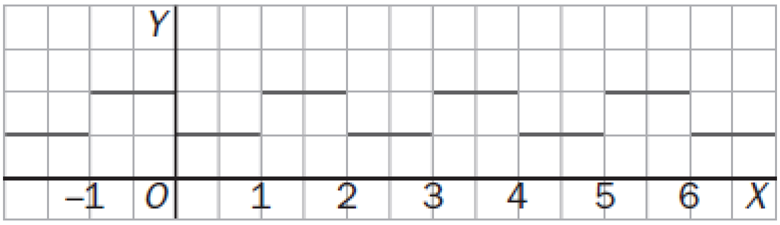
4.° Halla los puntos de corte con los ejes, si los hubiera.

a) $f(x) = 2x - 1$

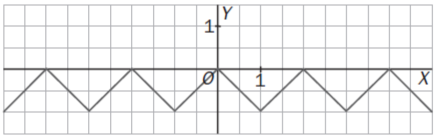
c) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

FUNCIONES PERIÓDICAS

10.7 **Indica si es periódica la siguiente función. En caso afirmativo, calcula su período.**



10.32 **Observa la gráfica siguiente:**



a) Si es una función periódica, indica su período.

b) ¿Qué valor toma la función cuando x es par? ¿Y cuando x es impar?

c) Indica una cota superior y una cota inferior de la función.

10.43 **Si una función es periódica de período 4, ¿es suficiente conocer su gráfica en el intervalo [−2, 2] para poder representarla en R?**

PREGUNTAS DE RESPUESTA CORTA

10.44 **Si la imagen de 0 mediante una función, *f*, es 3, ¿qué se puede afirmar de la imagen de 3 respecto de la función recíproca de *f*, f^{-1}?**

10.45 **¿Qué relación tienen dos funciones que son simétricas respecto de la bisectriz del primer y tercer cuadrante?**

10.46 **Una función continua está definida en R, es creciente en $(-\infty, -3)$ y en $(4, +\infty)$, y decreciente en $(-3, 4)$. ¿Tiene máximos y/o mínimos relativos?**

10.48 **Si una función es creciente en $(-\infty, 0)$ y decreciente en $(0, +\infty)$, ¿se puede afirmar que tiene un máximo en $x = 0$?**

10.49 **Demuestra si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:**

a) $y = |x|$ **es una función impar.**

b) $y = x^2 + 4$ **es creciente en R.**

c) $y = 1 - x^2$ **está acotada superiormente.**

d) $y = \dfrac{2x}{x^3 - x}$ **es una función par.**

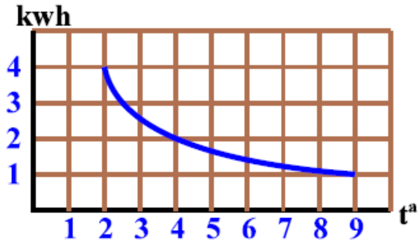
PROBLEMAS

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

10.19 **Un automóvil parte desde Logroño hacia Palencia a 100 km/h. Simultáneamente, otro sale desde Palencia hacia Logroño a 60 km/h.**

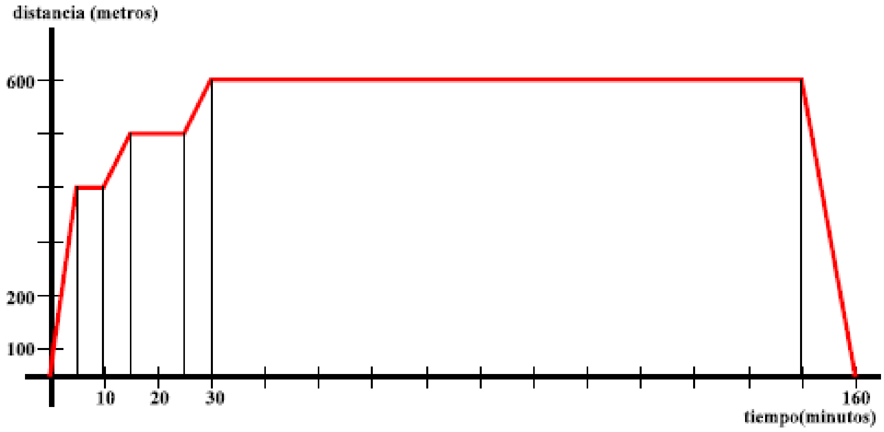
Sabiendo que ambas capitales distan 200 kilómetros, ¿a qué distancia de Logroño se producirá el encuentro?

3. El manual del usuario de un refrigerador incluye una gráfica indicando el consumo diario de energía en función de la temperatura interior, que se controla mediante el termostato (suponiendo que la cocina tiene una temperatura estable de 20˚)



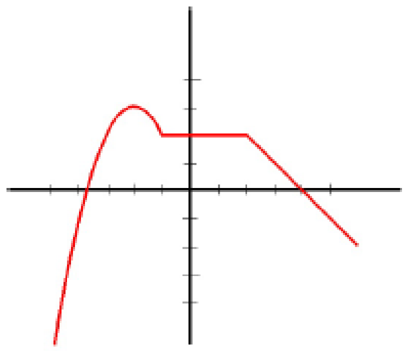
a. ¿Cuál es el consumo a 5˚ C?
b. ¿A qué temperatura se gastan 2'5 kwh al día?
c. Para qué temperatura el consumo es inferior a 2 kwh?
d. ¿Cuál es el dominio de definición de esta función?
e. ¿Cuál es su recorrido?

4. Álvaro va cada tarde al instituto. Pasa primero por la panadería y luego se detiene en la siguiente esquina a esperar a un compañero. Por fin, después de las clases, vuelve a casa. Aquí tienes la gráfica de su recorrido:



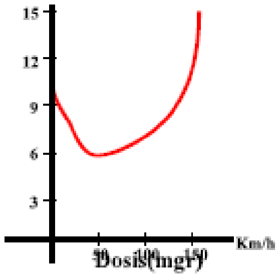
a. ¿Qué distancia hay de la casa al instituto?
b. ¿Y a la panadería?
c. ¿Cuánto tarda en comprarse un bollo?
d. ¿Tiene que esperar mucho su compañero?
e. ¿Cuánto duran las clases?
f. Si las clases comienzan alas cuatro de la tarde, ¿dónde estaba a las 3'22; 3'36; 3'54 horas?
g. ¿Lleva la misma velocidad a la ida que a la vuelta? Estudia las diversas velocidades en cada trayecto.
h. ¿Crees que Álvaro camina deprisa? ¿Cuál es la velocidad a la que tú vas normalmente?
i. Haz una gráfica del recorrido que tú haces de casa al instituto cada día. Cuenta con las paradas que haces habitualmente.

5. Sobre la función f(x) representada en la figura, se pide:



a. ¿Cuáles son su dominio y su recorrido?
b. Determinar f(-1) y f(5)
c. Anti-imagen de 3 y de 2.
d. Ecuación de la función.
e. ¿En qué subconjunto del dominio tiene la función signo positivo?
f. ¿Existe algún a tal que f(a) = a?

9. En la guía del usuario de un modelo de automóvil se advierte que el consumo de gasolina es función de la velocidad, según se refleja en la siguiente gráfica:

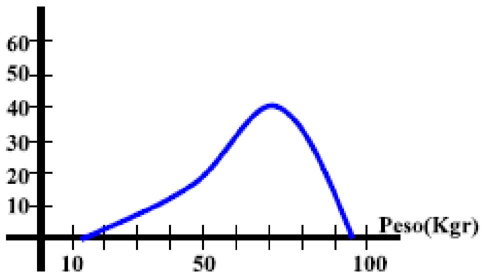


a. ¿Es más rentable conducir a 25 Km/h que a 100 Km/h?

b. ¿A qué velocidad debe conducir el ahorrador nato?

c. ¿A qué velocidades se consume menos de 7 litros

10. En las instrucciones de un medicamento se establece que la dosis del mismo, expresada en mgr, está en función del peso del paciente, según se indica en la gráfica:

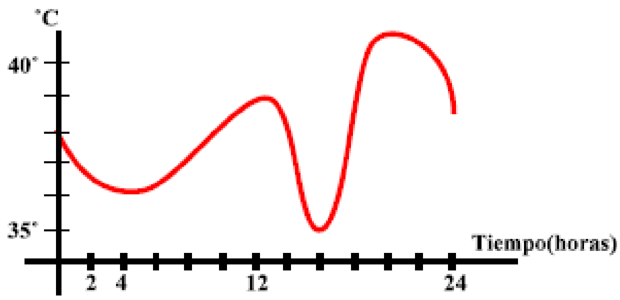


a. ¿Qué dosis hay que administrar a una persona de 75 Kgr?

b. ¿Es este medicamento peligroso para los obesos?

c. ¿Está contraindicado para los bebes?

11. En una U.C.I. hay un aparato que registra continuamente la temperatura de un enfermo. La gráfica de la figura corresponde a un período de 24 horas:



a. ¿Hubo algún descenso de temperatura durante la madrugada? ¿Entre qué horas?
b. ¿A qué hora la temperatura del enfermo fue de 37°C?
c. En un momento dado el paciente sufrió un paro cardíaco con un brusco descenso de temperatura. ¿A qué hora se inició? ¿Cuándo comenzó a recuperarse?
d. Aparte del problema cardíaco, ¿tuvo el enfermo algún otro momento de peligro?

Funciones lineales

14. El entrenador de un corredor de fondo está tomándole tiempos. En los primeros 16 segundos obtiene la siguiente tabla:

Tiempo (en segundos)	0	2	4	6	10	12	16
Espacio recorrido (metros)	0	12	24	36	60	72	96

   a. Escribir la función f que nos da el espacio recorrido en función del tiempo.
   b. Si el corredor parte del Km 3 de una carretera con la misma velocidad constante, ¿cuál sería ahora la nueva función?

15. La bajada de bandera de un taxi cuesta 200 ptas y cada Km recorrido, 42 ptas.
   a. ¿Cuál es la expresión de la función que nos da el coste de una carrera?
   b. ¿Cuántos Km hizo un cliente que pagó 494 ptas?

16. Una empresa de alquiler de automóviles ofrece dos fórmulas diferentes de alquiler de un determinado tipo de coche:
   A: Lo alquila por 4.000 ptas al día con kilometraje ilimitado.
   B: Lo alquila por 1.000 ptas al día y 8 ptas el Km.
   Queremos hacer un viaje de 10 días.
   a. Si hacemos 2.000 Km en los 10 días ¿cuánto nos costará empleando cada una de las fórmulas?
   b. Si no sabemos cuántos Km vamos a hacer, realizar un estudio para averiguar la fórmula más beneficiosa.
   c. Dibujar la gráfica para ambos casos para un viaje de 10 días e interpretarla.

17. Se sabe que a 32 m de profundidad bajo tierra, la temperatura aumenta un grado. Si en la superficie la temperatura es de 10°, encontrar una función que nos relacione los metros de profundidad con la temperatura. ¿Cuál es su gráfica?. Si un agua termal sale a 79°. ¿de qué profundidad proviene?

18. El precio de un viaje en tren depende de los Km recorridos. Así, recorrer 57 Km en un determinado tipo de tren nos cuesta 285 ptas y si recorremos 68 Km, nos cuesta 340 ptas.
   a. Encontrar la función polinómica que nos relaciona los Km recorridos con el coste del billete.
   b. Representar gráficamente esta función.
   c. ¿Cuánto costará hacer un viaje de 300 Km?
   d. Si el billete cuesta 400 ptas, ¿cuántos Km tiene el recorrido?

19. Un caracol se desliza desde el extremo de un tallo 10 cm cada minuto. Expresar la distancia caracol - extremo en función del tiempo y hacer su gráfica.

20. Dos paseantes salen simultáneamente de dos pueblos A y B que están separados por 10 Km. El primero, en dirección a B, lleva una velocidad de 2 Km/h El segundo, en dirección a A, corre a 4 Km/h. Determinar en qué instante y a qué distancia de A se encuentran.

21. Un chico sale de su casa en un vehículo a 100 Km/h, olvidando un documento. Un cuarto de hora más tarde, su padre inicia, desde el mismo domicilio, la persecución a 150 Km/h ¿Cuánto

tiempo tardará en alcanzarlo? ¿A qué distancia del domicilio familiar?

22. Unos ladrones asaltan un banco. Un coche de la policía, situado a 5Km de dicho banco, sale al mismo tiempo en su persecución. Suponiendo que los ladrones se dirigen a la frontera y que el camino hacia allí es único, ¿serán alcanzados por la policía antes de llegar a la frontera, sabiendo que ésta se encuentra a 42'5 Km del banco y que las velocidades de la furgoneta de los ladrones y del coche de la policía son, respectivamente, de 80 y 90 Km/h de media?

23. En pruebas de una dieta experimental para gallinas, se determinó que le peso medio **P**(en gramos) de una gallina fue, según las estadísticas, una función lineal del número de días **d** después de que se inició la dieta, donde $0 \le d \le 50$. Suponer que el peso medio de una gallina al inicio de la dieta fue de 40 gramos y 25 días después fue de 675 gramos.
   a. Determinar **P** como una función lineal de **d**.
   b. Determinar el peso medio de una gallina cuando d = 10.

24. Un paciente con cáncer recibirá terapias mediante fármacos y radiación. Cada centímetro cúbico de medicamento que se usará contiene 200 unidades curativas, y cada minuto de exposición a la radiación proporciona 300 unidades curativas. El paciente requiere 2400 unidades curativas. Si **d** centímetros cúbicos de la droga y **r** minutos de radiación son administrados, determinar una ecuación que relacione **d** y **r**.

25. Para regular su temperatura en relación con el calor ambiental, las ovejas aumentan su ritmo respiratorio **r** (por minuto) cuando la longitud de la lana **l** (en cm) disminuye. Supón que una oveja con una longitud de lana de 2 cm tiene un ritmo respiratorio de 160, y aquéllas con una longitud de lana de 4 cm tiene un ritmo de 125. Supón que **r** y **l** están relacionados linealmente.
   a. Determina una ecuación que relaciones **r** con **l**.
   b. Determina el ritmo respiratorio de una oveja con una longitud de lana de 1 cm.

26. Unos biólogos americanos han encontrado que el número de chirridos por minuto hecho por los grillos de cierta especie está relacionados con la temperatura. La relación es casi lineal. A 68ºF, los chirridos de los grillos son casi 124 por minuto. A 80ºF son alrededor de 172 por minuto.
   a. Determina una ecuación que dé la temperatura Fahrenheit **t** en función del número de chirridos **c** por minuto.
   b. Si se cuenta los chirridos en sólo 15 segundos, ¿cómo puede rápidamente estimar la temperatura?

Funciones cuadráticas

30. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/sg. La altura (en metros) a la que se encuentra la piedra transcurridos t segundos desde su lanzamiento, viene dada por $\mathbf{h(t) = -5t^2 + 20t}$.
   a. ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la piedra?
   b. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?
   c. Si la piedra se lanza hacia arriba y cae en el hueco de un ascensor y éste inicia el ascenso a una velocidad constante de 5 m/sg en el mismo instante en que se lanza la piedra, ¿en qué momento choca la piedra con el ascensor?

31. Consideremos todos los pares de números reales cuya suma es 100. ¿Para cuál de ellos el producto de estos dos números es máximo?

32. La ecuación de la altura de una bala de cañón en función del tiempo **t**, viene dada por $f(t) = -5t^2 + 200t$. ¿Cuándo baja? ¿Cuándo sube? ¿Cuando alcanza el máximo de altura? ¿Cuando cae?

34. En un día de rebajas, las ventas de camisas de un gran centro comercial sigue la ley: $n = 260 - \frac{1}{25}p \quad (1500 \le p \le 7000)$. Obtener qué precio origina el ingreso máximo.

(Nota: I = np, es decir $I = 260p - \frac{1}{25}p^2$).

35. El número de personas atacadas cada día por una determinada enfermedad viene dada por la función $f(x) = -x^2 + 40x + 84$, donde **x** representa el nº de días transcurridos desde que se descubrió la enfermedad. Calcula:
    a. ¿Cuántas personas enferman el quinto día?
    b. ¿cuándo deja de crecer la enfermedad?

Funciones exponenciales y logarítmicas

49. Una de las bacterias de más rápido crecimiento es la *escherichia coli*, cuyo número puede duplicarse cada 15 minutos.
    a. Hallar la fórmula que explique este proceso de crecimiento.
    b. ¿Cuántas bacterias habrá por cada unidad inicial al cabo de 8 horas? **(4.294967)**

50. El número de personas afectadas por una epidemia de gripe viene dado por $C(t) = \dfrac{25.000}{1 + 199e^{-1'4t}}$ donde t indica el número de semanas transcurridas desde la manifestación de esta enfermedad. Se pide:
    a. ¿Cuántas personas habían contraído la gripe en el momento de su manifestación? **(125)**
    b. ¿Cuántas al tercer día? **(227)** ¿Y a las dos semanas? **(1908)**
    c. Si no se aplica ninguna vacuna, ¿cuántos días deben pasar para que 10.000 personas contraigan la gripe? **(25 días)**

51. El radio se descompone radiactivamente. La cantidad de sustancia radiactiva presente después de **t** años viene dada por la fórmula $C(t) = C_0 e^{-0'00041t}$, don C_0 es la cantidad inicial de radio.
    a. ¿Qué cantidad de radio queda de una muestra de 500 gr al cabo de 1.000 años? **(331'8 gr)**
    b. ¿Cuál es el periodo de semidesintegración de este elemento químico? **(1690'6 años)**