MATEMÁTICAS 1º BAC
Números Complejos

Colexio Santa María - Ourense

1) Representa gráficamente os seguintes números complexos e di cáles son reais, cáles imaxinarios e, destes, cáles son imaxinarios puros:

   $5-3i$; $\frac{1}{2}+\frac{5}{4}i$; $-5i$; 7 ; $\sqrt{3}\,i$; 0 ; $-1-i$; -7; $4i$

2) Obtén as solucións das seguintes ecuacións e represéntaas:
   a) $x^2+4=0$ b) $x^2+6x+10=0$ c) $3x^2+27=0$ d) $3x^2-27=0$

3) Representa gráficamente o oposto e o conxugado de:
   a) $3-5i$ b) $5+2i$ c) $-1-2i$ d) $-2+3i$ e) 5 f) 0 g) $2i$ h) $-5i$

4) Efectúa as seguintes operacións e simplifica o resultado:

   a) $(6-5i)+(2-i)-2(-5+6i)$ b) $(2-3i)-(5+4i)+\frac{1}{2}(6-4i)$ c) $(3+2i)(4-2i)$ d) $(2+3i)(5-6i)$

   e) $(-i+1)(3-2i)(1+3i)$ f) $\frac{2+4i}{4-2i}$ g) $\frac{1-4i}{3+i}$ h) $\frac{4+4i}{-3+5i}$ i) $\frac{5+i}{-2-i}$ j) $\frac{1+5i}{3+4i}$ k) $\frac{4-2i}{i}$

   l) $6-3(5+\frac{2}{5}i)$ m) $\frac{(-3i)^2(1-2i)}{2+2i}$

5) Dado o número complexo $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, proba que:

   a) $1+z+z^2=0$ b) $\frac{1}{z}=z^2$

6) Calcula m e n para que se verifique a igoaldade: $(2+mi)+(n+5i)=7-2i$

7) Determina k para que o cociente $\frac{k+i}{1+i}$ sexa igoal a $2-i$.

8) Calcula a e b de xeito que se verifique $(a+bi)^2=3+4i$.

9) Calcula o valor de b para que o produto $(3-6i)(4+bi)$ sexa:
   a) Un número imaxinario puro.
   b) Un número real.

10) Representa os seguintes números complexos, os seus opostos e os seus conxugados, e exprésaos en forma polar:

    a) $1-i$ b) $-1+i$ c) $\sqrt{3}+i$ d) $-\sqrt{3}-i$ e) -4 f) $2i$ g) $-\frac{3}{4}i$ h) $2+2\sqrt{3}i$

11) Escribe en forma binómica os seguintes números complexos:
    a) $2_{45º}$ b) $3_{(\pi/6)}$ c) $\sqrt{2}_{180º}$ d) $17_{0º}$ e) $1_{(\pi/2)}$ f) $5_{270º}$ g) $1_{150º}$ h) $4_{100º}$

12) Expresa en forma polar z, o seu opuesto $-z$, e o seu conxugado $\bar{z}$ en cada un destes casos:
    a) $z=1-\sqrt{3}\,i$ b) $z=-2-2i$ c) $z=-2\sqrt{3}+2i$

13) Representa os polígonos regulares que teñen por vértices os afixos das seguintes raíces:
    a) $\sqrt[5]{i}$ b) $\sqrt[6]{-1}$ c) $\sqrt[4]{2\sqrt{3}+2i}$

14) Sexan os números complexos $z_1=4_{60º}$ e $z_2=3_{210º}$
    a) Expresa z_1 e z_2 en forma binómica.
    b) Calcula $z_1 \cdot z_2$ e z_2/z_1, e pasa os resultados a forma polar.
    c) Compara os módulos e os argumentos de $z_1 \cdot z_2$ e z_2/z_1 cos de z_1 e z_2 e intenta atopar relacións entre eles.

MATEMÁTICAS 1º BAC
Números Complejos

15) Efectúa estas operacións e dá o resultado en forma polar e en forma binómica:

a) $1_{150º} \cdot 5_{30º}$ b) $6_{45º} : 3_{15º}$ c) $2_{10º} \cdot 1_{40º} \cdot 3_{70º}$ d) $5_{(2\pi/3)rad} : 1_{60º}$ e) $(1-\sqrt{3}\,i)^5$ f) $(3 + 2i) + (-3 + 2i)$

16) Calcula:

a) $\sqrt[3]{-i}$ b) $\sqrt[4]{-8+8\sqrt{3}\,i}$ c) $\sqrt{-25}$ d) $\sqrt[3]{\dfrac{-2+2i}{1+\sqrt{3}\,i}}$

17) O número 4 + 3i é a raíz cuarta dun certo número complexo, z. Calcula as outras tres raíces cuartas de z.

18) Calcula as seguintes raíces e representa gráficamente as súas solucións:

a) $\sqrt{-9}$ b) $\sqrt[3]{-27}$ c) $\sqrt[3]{2-2i}$ d) $\sqrt[3]{\dfrac{1-i}{1+i}}$ e) $\sqrt[5]{-\dfrac{32}{i}}$ f) $\sqrt[3]{8i}$

19) Calcula x para que o resultado do producto $(x + 2 + i\,x)\,(x - i)$ sexa un número real.

20) Escribe en forma binómica os seguintes números complexos:

a) $2_{45º}$ b) $3_{(\pi/6)}$ c) $\sqrt{2}_{180º}$ d) $17_{0º}$ e) $1_{(\pi/2)}$ f) $5_{270º}$ g) $1_{150º}$ h) $4_{100º}$

21) Calcula m para que o número complexo 3 – mi teña o mesmo módulo que $2\sqrt{5} + \sqrt{5}\,i$.

22) A suma de dous números complexos conxugados é 8 e a suma dos seus módulos é 10. ¿Cales son eses números?

23) A suma de dous números complexos é 3 + i. A parte real do primeiro é 2, e o cociente deste entre o segundo é un número real. Calcúlaos.

24) Os afixos das raíces cúbicas de 8i son os vértices dun triángulo equilátero. Compróbao.

25) Resolve as seguintes ecuacións en **C**:
a) $z^2 + 4 = 0$ b) $z^2 - 2z + 5 = 0$ c) $2z^2 + 10 = 0$

26) Representa os números complexos que verifican:
a) $\overline{z} = -z$ b) $|z + \overline{z}| = 3$ c) $|z - \overline{z}| = 4$