REPASO DE N,Z,Q

1. LOS NÚMEROS NATURALES

- POTENCIAS.
- MÚLTIPLOS Y DIVISORES.
- MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.

2. LOS NÚMEROS ENTEROS.

- VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO.
- REPRESENTACIÓN GRÁFICA.
- OPERACIONES.

3. LOS NÚMEROS RACIONALES

- FRACCIÓN.
- OPERACIONES CON FRACCIONES
- NÚMEROS DECIMALES

1. LOS NÚMEROS NATURALES

- POTENCIAS.

$$Base^{\exp onente}$$

La base es el factor que se multiplica por si misma tantas veces como indica el exponente.
Por ejemplo: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

OPERACIONES CON POTENCIAS

PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

El producto de dos potencias de la misma base es otra potencia de la misma base que tiene por exponente la suma de los exponentes:
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

COCIENTE DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

El cociente de dos potencias de la misma base es otra potencia de la misma base que tiene por exponente la diferencia de los exponentes:
$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

POTENCIA DE UN PRODUCTO

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

POTENCIA DE UN COCIENTE

La potencia de un cociente es igual al cociente de las potencias del dividendo y del divisor: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

POTENCIA DE UNA POTENCIA

La potencia de una potencia es igual a la base de la potencia elevada al producto de los exponentes: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

SUMA Y RESTA DE POTENCIAS.

Para sumar o restar potencias, tengan la misma base o diferente, se calcula por separado el valor de cada potencia y luego se suman o se restan los resultados, según corresponda.

$3^4 - 3^3 + 3^0 + 4^2 = 81 - 27 + 1 + 16 = 71$

- MÚLTIPLOS Y DIVISORES.

Múltiplos

18 es **múltiplo** de dos, ya que resulta de multiplicar 2 por 9.
$18 = 2 \cdot 9$
Obtenemos un **múltiplo** de un número al multiplicarlo por cualquier número natural.

$5 \cdot 1 = 5$ **$5 \cdot 2 = 10$** **$5 \cdot 3 = 15$** **$5 \cdot 4 = 20$**

Divisores

Un número **b** es un **divisor** de otro **a** cuando **lo divide exactamente**.
4 es divisor de 12; 12 : 4 = 3.
A los divisores también se les llama **factores**.

Un número **primo** sólo tiene **dos divisores**: **él mismo y la unidad**.5, 13, 59.

El número 1 sólo tiene un divisor, por eso no lo consideramos primo.

Número compuesto: Es aquél que posee más de dos divisores. Los números compuestos, se pueden expresar como productos de números primos, a dicha expresión se le llama **descomposición de un número en factores primos o factorización.** **En la práctica, para descomponer un número compuesto en factores primos, lo dividimos por el menor número primo por el que sea divisible y repetimos este proceso con los cocientes obtenidos hasta llegar a un cociente igual a 1.**

La descomposición del número 90 en factores primos es como sigue:

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

Así, la descomposición de 90 en factores primos es: $90 = 2 \times 3^2 \times 5$.

- MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.

Máximo común divisor: El máximo común divisor (m.c.d. o M.C.D) de dos o más números es el mayor número que divide a todos exactamente. Para calcularlo:

1) Descomponemos en factores primos cada uno de los números.

$126 = 2.3^2.7$
$189 = 3^3.7$

2) Multiplicamos los factores primos comunes elevados al menor exponente.

- Factores primos comunes: 3 y 7.
- Factores primos comunes elevados al menor exponente: 3^2 y 7.
- M.C.D(126, 189) = $3^2 . 7$

Mínimo común múltiplo: Es el menor de todos múltiplos comunes a varios números**.** Para calcularlo:

1) Descomponemos en factores primos cada uno de los números.

$24 = 2^3.3$
$196 = 2^2.7^2$

2) Multiplicamos los factores comunes y ni comunes elevados al mayor exponente

- Factores primos comunes: 2.
- Factores primos no comunes: 3 y 7.
- Factores primos comunes y no comunes, elevados al mayor exponente: 2^3, 3 y 7^2.
- m.c.m. (24,196) = $2^3 . 3 . 7^2$

2. LOS NÚMEROS ENTEROS.

El conjunto de los números enteros está formado por:

$\mathbb{Z}$ = {...−5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 ...}

Es decir, los naturales, sus opuestos (negativos) y el cero. **Se dividen en tres partes:** enteros positivos o números naturales, enteros negativos y cero.

- VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO.

El **valor absoluto** de un **número entero** es el **número natural** que resulta al **suprimir su signo**. El **valor absoluto** lo escribiremos entre **barras verticales**.

$|-5| = 5$ **$|5| = 5$**

- REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

A partir del 0 y hacia la derecha, situamos los sucesivos números enteros positivos; hacia la izquierda del 0, situamos los sucesivos números enteros negativos. De dos números representados gráficamente, es mayor al que él está situado más a la derecha, y menor el situado más a la izquierda.

De dos enteros negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto.

$-7 > -10$ $|-7| < |-10|$

De los enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.

$10 > 7$ $|10| > |7|$

- OPERACIONES.

SUMA.

Para sumar dos números enteros del mismo signo se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo que tienen los números.

(-3) + (-5) = -8

Para sumar dos números enteros de diferente signo se restan sus valores absolutos y al resultado se le pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

(-2) + 8 = +6

RESTA.

La resta de números enteros se obtiene sumando el primero el opuesto del segundo.

a - b = a + (-b)

7 – (+5) = 7+(-5)= 2

7 − (−5) = 7 + (+5) = 12

Al trabajar con los números enteros, el signo - puede tener dos significados diferentes:

(+3)-(-8)

El primer negativo índica la operación resta, el segundo negativo indica un número entero negativo.

Otra forma de realizar la resta de números enteros es quitando paréntesis, un signo negativo delante de un paréntesis cambia el signo de lo que hay dentro del paréntesis, así la operación anterior quedaría:

(+3)-(-8)= 3+8=11

SUMA Y RESTAS COMBINADAS.

Antes de efectuar sumas y restas combinadas de números enteros, simplificaremos la escritura, eliminando los paréntesis y los signos innecesarios. Por ejemplo:

(+6) + (-3) + (-5) - (-4) = 6 - 3 - 5 + 4

Podemos proceder de dos maneras:

Primer procedimiento	Segundo procedimiento
• Efectuamos las operaciones en el orden en que aparecen. 6 - 3 - 5 + 4 = = 3-5 + 4 = =-2+4=2	• Escribimos, en primer lugar, los números precedidos del signo + y después los precedidos del signo -. 6 + 4 - 3 - 5 • Efectuamos la suma de ambos grupos por separa do. Después, restamos el segundo resultado del primero. 10-8=2

Multiplicación de números enteros

La **multiplicación** de varios **números enteros** es otro **número entero**, que tiene como **valor absoluto el producto de los valores absolutos** y, como **signo**, el que se obtiene de la aplicación de la **regla de los signos**.

$$+ \cdot + = +$$
$$- \cdot - = +$$
$$+ \cdot - = -$$
$$- \cdot + = -$$

$2 \cdot 5 = 10$ $(-2) \cdot (-5) = 10$ $2 \cdot (-5) = -10$

División de números enteros

La **división** de **dos números enteros** es otro **número entero**, que tiene como **valor absoluto el cociente de los valores absolutos** y, como **signo**, el que se obtiene de la aplicación de la **regla de los signos**.

$$+ : + = +$$
$$- : - = +$$
$$+ : - = -$$
$$- : + = -$$

$10 : 5 = 2$ $(-10) : (-5) = 2$ $10 : (-5) = -2$

Potencias.

La **potencia de exponente natural de un número entero** es otro **número entero**, cuyo valor **absoluto es el valor absoluto de la potencia** y cuyo **signo** es el que se deduce de la aplicación de las siguientes **reglas**:

$$(+)^{par} = +$$
$$(+)^{impar} = +$$
$$(-)^{par} = +$$
$$(-)^{impar} = -$$

.

Potencias de exponente entero negativo

$$a^{\ n} = \frac{1}{a^{n}} \qquad \text{si } a \neq 0$$

Un número elevado a **−1**, es el inverso de dicho número.

$$3 \cdot 3^{-1} = 3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$3 \cdot 3^{-1} = 3^{1-1} = 3^{0} = 1$$

OPERACIONES COMBINADAS.

Jerarquía de las operaciones

1º. Efectuar las operaciones entre **paréntesis, corchetes y llaves.**

2º. Calcular las **potencias y raíces**.

3º. Efectuar los **productos** y **cocientes**.

4º. Realizar las **sumas** y **restas**.

EJEMPLO:

$14 - \{7 + 4 \cdot 3 - [(-2)^2 \cdot 2 - 6)]\} + (2^2 + 6 - 5 \cdot 3) + 3 - (5 - 2^3 : 2) =$

Primero operamos con las potencias, productos y cocientes de los paréntesis.

$14 - [7 + 4 \cdot 3 -(4 \cdot 2 - 6)] + (4 + 6 - 5 \cdot 3) + 3 - (5 - 8 : 2) =$

Operamos con los productos y cocientes de los paréntesis.

$14 - [7 +12 -(8 - 6)] + (4 + 6 - 15) + 3 - (5 - 4) =$

Realizamos las sumas y diferencias de los paréntesis.

$14 - (7 +12 -2) + (-5) + 3 - (1) =$

$14 - (17) + (-5) + 3 - (1) =$

La supresión de paréntesis ha de realizarse considerando que:

Si el paréntesis va precedido del **signo +** , se suprimirá **manteniendo su signo** los términos que contenga.

Si el paréntesis va precedido del **signo −** , al suprimir el paréntesis hay que **cambiar de signo** a todo los términos que contenga.

$14 - 17 - 5 + 3 - 1 = \mathbf{-6}$

3. LOS NÚMEROS RACIONALES

- FRACCIÓN..

Los términos de una fracción son el **NUMERADOR** y el **DENOMINADOR**.

Numerador → 3

Denominador → 8

$\frac{3}{8} \longrightarrow$ Se lee: tres octavos.

El denominador indica las partes iguales en las que se divide la unidad.
El numerador indica las partes que se toman de la unidad.

- OPERACIONES CON FRACCIONES

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Para sumar y restar fracciones se procede de la siguiente manera:

$$\frac{-2}{25} + \frac{5}{15} - \frac{3}{30} =$$

Se busca el mínimo común múltiplo entre todos los denominadores:

M.C.M. (25,15,30) = $5^2 \times 2 \times 3 = 150$

El m.c.m pasa a ser DENOMINADOR COMÚN entre las fracciones a sumar y sus numeradores respectivos se obtienen dividiendo al denominador común por el denominador que tenía antes y multiplicando este resultado por el numerador:

Entonces las fracciones quedarían así:

$$\frac{-2}{25}+\frac{4}{15}+\frac{7}{30}=\frac{-12+40+35}{150}=\frac{63}{150}$$

El resultado tiene que quedar expresado con la fracción equivalente menor y para lograr esto se SIMPLIFICA la fracción dividiendo al numerador y al denominador por un mismo número (M.C.D del numerador y denominador)

En nuestro caso se puede dividir a ambos por tres porque 3 es un divisor de numerador y denominador. Entonces quedaría:

$$\frac{-2}{25}+\frac{4}{15}+\frac{7}{30}=\frac{-12+40+35}{150}=\frac{63}{150}=\frac{21}{50}$$

MULTIPLICACIÓN:

Para multiplicar números racionales se opera de la siguiente manera:

1) El numerador de la fracción solución va a ser el número que queda de multiplicar todos los numeradores de las fracciones que se están multiplicando.

2) El denominador de la misma va a ser el número que queda de multiplicar todos los denominadores de las fracciones que se están multiplicando.

EJEMPLO:

a) $\frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{21}$

DIVISIÓN:

El numerador de la fracción solución se obtiene de multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda y el denominador de la fracción solución se obtiene de multiplicar el denominador de la primera por el numerador de la segunda. Es decir se multiplica en cruz.

EJEMPLO:

$$\frac{3}{4} \div \frac{7}{2} = \frac{3 \times 2}{4 \times 7} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$$

POTENCIACIÓN DE FRACCIONES :

Cuando un número racional (base) está elevado a otro número (exponente) significa que hay que multiplicar la base tantas veces como indique el exponente.

$$\underbrace{\left(\frac{3}{2}\right)}_{base}^{4 \rightarrow \text{exp onente}} = \left.\underbrace{\frac{81}{16}}_{Potencia}\right\} \text{hay que multiplicar 4 veces el 3 y 4 veces el 2}$$

EJEMPLO: $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

OPERACIONES COMBINADAS.

Jerarquía de las operaciones

1º. Efectuar las operaciones entre **paréntesis, corchetes y llaves.**

2º. Calcular las **potencias y raíces**.

3º. Efectuar los **productos** y **cocientes**.

4º. Realizar las **sumas** y **restas**.

- NÚMEROS DECIMALES

Número decimal: es aquel que se puede expresar mediante una fracción decimal.

Consta de dos partes: entera y decimal.

Parte entera ← $\boxed{3}.\boxed{25}$ → **Parte decimal**

TIPOS DE NÚMEROS DECIMALES.

Decimal exacto

La parte decimal de un número decimal exacto está compuesta por una cantidad finita de términos.

0.025, 3593.2, 5.22244587

Periódico puro

La parte decimal, llamada periodo, se repite infinitamente.

$3.222222... = 3.\overset{\frown}{2}$ $3.217217... = 3.\overset{\frown}{217}$

Periódico mixto

Su parte decimal está compuesta por una parte no periódica y una parte periódica o período.

$0.00522222... = 0.005\overset{\frown}{2}$ $4.55127127... = 4.551\overset{\frown}{27}$

Fracción generatriz de un número decimal

Decimal exacto: se escribe el número sin coma, dividido por la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales haya.

$$1{,}35 = \frac{135}{100} = \frac{27}{20}$$

Decimal periódico puro: se escribe el número decimal sin la coma y se le resta la parte entera, y se divide por tantos 9 como cifras periódicas haya.

$$2{,}\overline{81} = \frac{281-2}{99} = \frac{279}{99} = \frac{31}{11}$$

Decimal periódico mixto: se escribe el número decimal sin la coma y se le resta la parte entera y la parte decimal no periódica y se divide por tantos 9 como cifras periódicas seguidos de tantos ceros como cifras decimales haya.

$$0{,}7\overline{52} = \frac{752-7}{990} = \frac{745}{990} = \frac{149}{198}$$

EJERCICIOS 1

1. Escribe en forma de potencia de una sola base:

a) 625 b)) 128 c)) $\frac{1}{16}$ d) $\frac{1}{125}$ e) $\frac{64}{125}$ f) $\frac{25}{36}$

2. Expresa como potencia única:

a) $(5^{-3}.5^{2})^{-6}$ b) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$ c) $\frac{3^3 3^{-4} 3^2}{3^5 3^{-1}}$ d) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

3. Simplifica:

a) $\frac{2^2 \cdot 3^4}{9 \cdot 12 \cdot 6}$ b) $\frac{4 \cdot 45 \cdot 24}{3^3 \cdot 2^4 \cdot 5}$ c) $\frac{8 \cdot 27^{-1}}{12^{-1}}$

d) $\frac{3^3 2^4 5^2}{3^2 2^3 5^{-1}}$ e) $\frac{7^3 2^{-4} 5^{-3}}{7^{-5} 2^3 5^{-2}}$ f) $\frac{7^3 (-2)^{-4} (-5)^{-3}}{(-7)^{-5} 2^3 5^{-1}}$ g) $\frac{4^5 (-2)^{-4} (-5)^{-5}}{(-8)^{-5} 2^3 5^{-1}}$

4. Realiza las siguientes operaciones:

- $(4-5)+8-(5+7)-(6-13)+(9-2)$
- $3(5-6)+4(17-4)-3.2+4$
- $2(3-4)+(-3+1)+(7+1)-3(-2)$
- 15: [(-12): 4]+5–3+(5-3.7)+$(3)^2$
- $(-2)^3$+(5.6-8)-2(-12): (3)+3.5-6(8-3)
- $2(3-4)^4+(-3+1)^3+(7+1)^2-3(5-3)^3$
- 4-3$(-2)^3$-5{$(-3)^2$$(-1)^5$+7.2-3(7-2)+1}

5. Calcula:

a) $\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\right)$

b) $\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{5}-\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{7}{2}\right)\frac{3}{5}:\frac{1}{4}-\frac{3}{5}.\frac{3}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{2}$

c) $\left(\frac{1}{5}-\frac{3}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{7}{2}\right)$

d) $\frac{3}{5}(\frac{1}{4}-\frac{3}{5})+.\frac{3}{4}(\frac{1}{5}-\frac{1}{2})$

e) $\dfrac{\frac{3}{5}+\frac{2}{7}-\left(\frac{3}{4}+1\right)}{\frac{1}{3}-\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\right)}$

6. Encuentra **la fracción generatriz** de los siguientes números:

1) 0,03

2) $0,\widehat{3}$

3) $1,2\widehat{4}$

4) $3,02\widehat{5}$

7. Calcula pasando a fracción:

$0,\widehat{3}+0,\widehat{4}+0,\widehat{6}$

$2,0\widehat{5}-1,3\widehat{5}$

$0,3\widehat{4}-2,\widehat{1}$

8. Efectúa las siguientes operaciones:

a) $2^2-4^2:8+3$

b) $6^2:4-1^3-4^2:2-3^2$

c) $2\cdot 3^2-4^2:2+3^2-1^4$

d) $3\cdot 41-4^2-5+1-2^3$

e) $20+\left[3\cdot 4-\left(17-3\cdot 2^2\right)\right]\cdot 2$

f) $10+8\cdot 3^2-5\cdot(27-2^3\cdot 3)$

g) $18-\left[2\cdot\left(8-\left(29-3\cdot 2^3\right)\right)-4\right]$

9. Efectúa las siguientes operaciones;

a) $(-3)^2-(-2)^2+(-4)^3:2^2$

b) $20-3\cdot(-4)^3+6\cdot(-2)^2$

c) $(-3)^2-6\cdot 2^2+(-3)^3:(2\cdot 3)$

d) $5^2+(-3^2)+2\cdot(-2)^3$

e) $-2\cdot 2^3+3\cdot(-3)^3$

f) $12-\left(2^2-10^2:5\right)+(-6)^2:4$

10. Realiza las operaciones siguientes:

$$\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}+1\right)\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\left(4-\frac{1}{4}\right)$$

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+5-3\left(4:\frac{3}{5}+1\right)$$

$$3-4\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+3:\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$\frac{(\frac{5}{3}+\frac{4}{7}):\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\cdot\frac{6}{7}}$$

$$\frac{3}{1-\frac{3}{1-\frac{3}{4}}}$$

11. Calcula:

a) $\dfrac{\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{8}{9}\right)}{\frac{5}{3}:\frac{7}{6}}$

b) $\dfrac{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{2}-\frac{1}{8}}:\dfrac{3+\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}+\frac{3}{14}}$

12. Calcula:

a) $\left(\frac{3}{2}-\frac{7}{4}\right)^3:\left(\frac{9}{8}-\frac{5}{4}\right)^2$

b) $\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{6}\right)^2:\left(\frac{2}{3}-1\right)^2$

c) $\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{7}{9}\right)^{-1}+4$

d) $\left(\frac{1}{4}-\frac{7}{12}\right)+\left(\frac{5}{4}-\frac{5}{2}\right)\left(\frac{1}{4}-4\right)^{-1}$