BOLETÍN REFUERZO 2ª EVALUACIÓN – MATEMÁTICAS I

1º BACHILLERATO – ABRIL 2011

1. Indica el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{x^2+2x+1}$, b) $f(x)=\sqrt{-x^2+6x-8}$, c) $f(x)=\dfrac{x-5}{\sqrt{x-2}}$,

d) $f(x)=\ln(x-2)$, e) $f(x)=\ln\dfrac{x}{x^2+1}$, f) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{x+4} & \text{si } x<0\\ \sqrt{\dfrac{3}{x-3}} & \text{si } x>0\end{cases}$

Sol.: a) D (f(x))= R-{-1}; b) D(f(x)) = [2,4]; c) D(f(x)) = (2,∞); d) D(f(x)) = (2,∞); e) D(f(x)) = (0,∞); f) D(f(x)) = (-∞,-4)U(-4,0)U(3,∞).

2. Estudia la simetría de las siguientes funciones:
a) $f(x) = x^5 + x^3 - x$, b) $f(x)= x\,|x|$, c) $f(x) = |x| - 1$, d) $f(x) = x^2 / (1-x^2)$, e) $f(x) = x / (1-x^2)$

Sol.: a) simétrica respecto al origen; b) simétrica respecto al origen; c) simétrica respecto del eje de ordenadas; d) simétrica respecto del eje de ordenadas; e) simétrica respecto al origen

3. Hallar las funciones inversas de:

a) $f(x)=2x+1$, b) $f(x)=\dfrac{2x-3}{4}$, c) $f(x)=x^2$,
d) $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$

Sol.: a) $f^{-1}(x) = x/2-1/2$; b) $f^{-1}(x) = (4x+3)/2$; c) $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x}$, esto no es una función; $f^{-1}(x) = (x^3+1)$

4. Dadas las funciones f(x), g(x) y h(x), calcular: a) $g\circ f$, b) $f\circ g$, c) g^{-1}, d) f^{-1}, e)Probar que: $f^{-1}\circ f = i$

$$f(x)=\frac{1}{2x-1}\qquad g(x)=\frac{2x-1}{2x+1}\qquad h(x)=\frac{1}{x}$$

Sol.: a)√(x+2)/(2x+1); b)(2+√x)/(1+2√x); c) x^2; d)(-x+2)/(2x-1);

5. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x-1}-\dfrac{x^2+1}{x-2}\right)$, b) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{x^2-5x+6}$, c) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$,

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x+2}\right)^{x-1}$, e) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{3x}\right)^{x}$

Sol.: a) -1; b) 6; c) ¼; d) e; e) $e^{-2/3}$

6. Calcula los límites cuando x tiende a infinito de las siguientes funciones: a) $f(x) = (1/5)^x$, b) $g(x) = (x^2-3x+1)/(x^3-7)$, c) $h(x) = (x^3-7)/(x^2-3x+1)$. Sol.: a) 0; b) 0; c) ∞

7 Calcular el valor de *a* para que la función siguiente sea continua:

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & si\ x\le 1 \\ 3-ax^2 & si\ x>1 \end{cases}$$

Sol.: 1.

8. La función definida por:

$$f(x)=\begin{cases} \sqrt{ax} & Si\ \ 0\le x\le 8 \\ \dfrac{x^2-32}{x-4} & Si\ x>8 \end{cases}$$

es continua en [0, ∞). Hallar el valor de *a* que hace que esta afirmación sea cierta. Sol.: a=8.

9. Dada la siguiente función, hallar a y b para que sea continua:

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si\ x<0 \\ ax+b & si\ 0\le x<1 \\ 2 & si\ x\ge 1 \end{cases}$$

Sol.: a=2, b=0.

10. Determinar los valores del parámetro b, para que las tangentes a la curva de la función $f(x) = b^2x^3 + bx^2 + 3x + 9$ en los puntos de abscisas x = 1, x = 2 sean paralelas. Sol.: b=0, b=-2/9.

11. Calcula las siguientes derivadas y simplifica cuanto puedas el resultado:

a) $f(x)=3^{2x^2}\cdot\sqrt{x}$, b) $f(x)=\ln\left(\dfrac{e^x+1}{e^x-1}\right)$, c) $f(x)=\log\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$, d) $f(x)=\ln\cos 2x$, e) $f(x)=\ln\dfrac{(x-2)^3}{\sqrt{2x-1}}$

Sol.: a) $=3^{2x^2}\left(4x\cdot\sqrt{x}\cdot\ln 3+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)$, b) $=\dfrac{-2e^x}{e^{2x}-1}$, c) $=\dfrac{1}{1-x^2}\cdot\log e$,

d) =-2tg2x; e) $=\dfrac{5x-1}{(x-2)(2x-1)}$

12. Calcular los puntos en que la tangente a la curva $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ es paralela al eje OX. Sol.: (3,-22) y (-1,10).

13. Calcular la ecuación de la tangente y de la normal a la curva f(x) = ln tg 2x en el punto de abscisa: x = π/8. Sol.: tg – 4x-y-π/2=0; normal- x+4y-π/8=0.

14. Hallar los coeficientes de la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, sabiendo que su gráfica pasa por (0, 3) y por (2, 1), y en este último punto su tangente tiene de pendiente 3. Sol.: a=2, b=-5, c=3.

15. Determina en qué puntos de la función f(x) = x^3-3x^2+x+17 la recta tangente es paralela a x-y+7 = 0. Sol.: (0,17), (2,15).

16. Sea la función f(x) = (x2-6x+5) / (x-3), determinar:
a) Dominio de definición. Sol.: R- {3].
b) Asíntotas, si existen. Sol.: vertical en x=3, horizontal no tiene.
c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus máximos y mínimos, si es que existen. Sol.: siempre creciente, no tiene máximos ni mínimos.

17. Sea la función f(x) = $(1 + 1/x)^2$:
a) Determina sus asíntotas, máximos, mínimos. Sol.: a. vertical: x=0, a. horizontal: y=1, mín. rel.=(-1, 0).
b) Halla la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa x=2. Sol: 3x+4y-15=0.

18. ¿En qué punto de la curva y = ln x, la tangente es paralela a la cuerda que une los puntos (1, 0) y (e, 1)? Sol.: (e-1, ln(e-1)).

19. Hallar el área del triángulo determinado por los ejes de coordenadas y la tangente a la curva xy = 1 en el punto x = 1. Sol.: 2.

20. Una recta de ecuación r ≡ x + 2y - 9 = 0 es mediatriz de un segmento AB cuyo extremo A tiene por coordenadas (2,1). Hallar las coordenadas del otro extremo. Sol.: (4,5).

21. Supongamos que el rendimiento r en % de un alumno en un examen de una hora viene dado por:
r = 300t (1−t).
Donde 0 < t < 1 es el tiempo en horas. Se pide:
1. ¿En qué momentos aumenta o disminuye el rendimiento? Sol.: Aumenta (0,1/2), disminuye (1/2,1).
2. ¿En qué momentos el rendimiento es nulo? Sol.: t=0 y t=1.
3. ¿Cuando se obtiene el mayor rendimiento y cuál es? (1/2, 75).

22. Hallar el ángulo que forman las rectas que tienen por ecuaciones:
a)

$$r_1 \equiv \begin{cases} x = 3+2k \\ y = -1+3k \end{cases} \qquad r_2 \equiv \begin{cases} x = -4-3k \\ y = 5+k \end{cases}$$

Sol.: 74º 44’ 41”

b)

$$s_1 \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{2} \qquad s_2 \equiv \frac{x+4}{\sqrt{3}} = \frac{y-1}{-1}$$

Sol.: 86º 33’ 54”

c)

$$r_1 \equiv 3x+4y-12=0 \qquad r_2 \equiv 6x+8y+1=0$$

Sol.: 0º

23. Calcular las bisectrices de los ángulos determinados por la rectas:

$$r \equiv 24x-7y-2=0; \qquad s \equiv 3x+4y-4=0$$

Sol.: x-3y+2=0 y 39x+13y-22=0.

24. Dado el triángulo A(-1, -1), B(7, 5), C(2, 7); calcular las ecuaciones de las alturas y determinar el ortocentro del triángulo. Sol.: h_a:5x-2y+3=0; h_b:3x+8y-61=0; h_c:4x+3y-29=0; O(49/23,157/23).

25. Los puntos A(-1, 3) y B(3, -3), son vértices de un triángulo isósceles ABC que tiene su vértice C en la recta $2x - 4y + 3 = 0$ siendo AC y BC los lados iguales. Calcular las coordenadas del vértice C. Sol.: (17/2,5).

26. Dado el triángulo ABC, de coordenadas A(0, 0), B(4, 0) y C(4, 4); calcula la ecuación de la mediana que pasa por el vértice C. Sol.: $2x-y-4=0$.

27. De un paralelogramo se conoce un vértice, A(8, 0), y el punto de corte de las dos diagonales, Q(6, 2). También sabemos que otro vértice se encuentra en el origen de coordenadas. Calcular:
1 Los otros vértices. Sol.: (12,4), (4,4).
2 Las ecuaciones de las diagonales. Sol.: $x+y-8=0$, $x-3y=0$.
3 La longitud de las diagonales. Sol.: $4\sqrt{2}$, $4\sqrt{10}$.

28. Hallar las coordenadas del baricentro del triángulo de vértices A(3,1), B(0,2) y C(1,-2). Sol: (4/3;1/3).

29. Dadas las rectas: "$3x + by - 8 = 0$" y "$ax - 3y + 12 = 0$", determinar a y b para que se corten en P(2,-3). Sol:-21/2,-2/3.