

MATEMÁTICAS

Nivel 2º E.S.O.

Tema 6º ECUACIONES

Conocimientos que puedes adquirir:

1. Concepto de ecuación.
2. Ecuaciones equivalentes.
3. Ecuaciones de 1^{er} grado con una incógnita.
4. Resolución algebraica de problemas.

1. Concepto de ecuaciónIgualdad numérica $\rightarrow 3 \cdot 5 - 2 = 13$ Igualdad algebraica $\rightarrow 3 \cdot x - 2 = 13$

Una **ecuación** es una **igualdad** entre dos expresiones algebraicas denominadas **miembros** de la ecuación.
 Las indeterminadas (las letras) son las **incógnitas** de la ecuación.
 Las **soluciones** de la ecuación son los valores que hay que asignar a las incógnitas para que se cumpla la igualdad.

Ecuación: $2x - 4 = x + 1$
 Primer Segundo
 miembro miembro

Solución: $x = 5 \rightarrow 2 \cdot 5 - 4 = 5 + 1$ (Se cumple la igualdad): $6 = 6$

Una **identidad** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que siempre es cierta para cualquier valor de la incógnita.

Ejemplo: $3x + x = 4x$

Las ecuaciones **incompatibles** son aquellas que no tienen ninguna solución.

Ejemplo: $y = y + 2$ (no tiene solución, ya que el 2º miembro siempre es mayor que el 1º).**Ejercicio 1º**

Resuelve mentalmente las siguientes igualdades:

- | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------------|
| a) $2 + z = 4$ | b) $x - 1 = 10$ | c) $x^2 = 16$ |
| d) $x = x - 1$ | e) $4x - 4 = 0$ | f) $0x = 5$ |
| g) $5x = 9x - 4x$ | h) $x^2 + 2 = x^2$ | i) $2x + 1 = x + x + 1$ |
| j) $2y = 6$ | k) $3x = 2$ | l) $2x = x + 1$ |

- a) Clasifica las siguientes igualdades en: ECUACIONES, IDENTIDADES Y ECUACIONES INCOMPATIBLES. (Escribe la letra y la ecuación).
- b) En las igualdades: a, f, g, i, j señala los miembros y las incógnitas.
- c) Señala las soluciones de las igualdades del ejercicio 1º.

2. Ecuaciones equivalentes.

· Dos ecuaciones son **equivalentes** si tienen la misma solución.

Ejemplo: $x + 2 = 5$; $x + 6 = 9$; $2x + 2 = 8$; $x + 10 = 13$; $4x + 8 = 20$

Comprueba que tienen la misma solución, (recuerda que al sustituir la incógnita por la solución tiene que cumplirse la igualdad).

Después escribe 3 ecuaciones equivalentes a las anteriores.

Reglas de equivalencia:

· Se suma o se resta un mismo número a los dos miembros de la ecuación.

Ejemplos: $x - 5 = 0$ $y + 12 = 0$ $x + 6 = 14$
 $x - 5 + 5 = 0 + 5$ $y + 12 - 12 = 0 - 12$ $x + 6 - 6 = 14 - 6$
 $x = 5$ $y = -12$ $x = 8$

· Se multiplican o se dividen los dos miembros por el mismo número.

Ejemplos: $\frac{x}{5} = 6$ $\frac{2x}{3} = 4$ $4x = 20$ $8y = -72$
 $5 \cdot \frac{x}{5} = 5 \cdot 6$ $3 \cdot \frac{2x}{3} = 3 \cdot 4$ $\frac{4x}{4} = \frac{20}{4}$ $\frac{8y}{8} = \frac{-72}{8}$
 $x = 30$ $2x = 12$ $x = 5$ $y = -9$
 $\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$
 $x = 6$

Nota: En la práctica, estas normas, se aplican de la siguiente forma:

Ejemplo: $x - 5 = 0$ $y + 12 = 0$ $x + 6 = 14$
 $x = 0 + 5$ $y = 0 - 12$ $x = 14 - 6$
 $x = 5$ $y = -12$ $x = 8$

Ejemplo: $\frac{x}{5} = 6$ $\frac{2x}{3} = 4$ $4x = 20$ $8y = -72$
 $x = 6 \cdot 5$ $2x = 3 \cdot 4$ $x = \frac{20}{4}$ $y = \frac{-72}{8}$
 $x = 30$ $x = \frac{12}{2} = 6$ $x = 5$ $y = -9$

Ejercicio 2º

Encuentra 3 ecuaciones equivalentes a las presentadas, (teniendo en cuenta las reglas de equivalencia).

a) $x + 12 = 20$ b) $2x = 30$ c) $5x - 7 = 8$ d) $\frac{x}{3} = 12$

3° Ecuaciones de 1^{er} grado con una incógnita.Clasificación:Las ecuaciones se clasifican teniendo en cuenta el término de mayor **grado** y el **número de incógnitas**.

Ejemplo: $2x^2 + 5x - 7 = 0$ → Ecuación de 2° grado con una incógnita.
 $x^3 - 5x^2 + x = 125$ → Ecuación de 3^{er} grado con una incógnitas
 $3x + 2y = 31$ → Ecuación de 1^{er} grado con dos incógnitas.

Ejercicio 3°

Teniendo en cuenta el grado y el número de incógnitas clasifica las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 5 = 19$ b) $3x^2 - 27 = 0$ c) $3x + 2y = 23$

Resolución de ecuaciones de 1^{er} grado con una incógnita.Ecuaciones del tipo $a + x = b$

· Se transponen los términos semejantes. (Los términos en "x" en un miembro y los términos independientes en el otro miembro.)

Ejemplo: $5 + x = 7$ → $x = 7 - 5$ → $x = 2$ **Ejercicio 4°**

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1°	$3 + x = 8$	11°	$7 - x = 7$	21°	$2 = x + 12$
2°	$6 + x = 20$	12°	$-6 - x = -5$	22°	$14 = 8 - x$
3°	$-8 + x = 9$	13°	$-9 - x = 21$	23°	$25 = 12 - x$
4°	$x - 12 = -5$	14°	$-x - 2 = 3$	24°	$-8 = 5 - x$
5°	$-15 + x = 20$	15°	$-x - 6 = -3$	25°	$-2 = x - 7$
6°	$5'5 + x = 9'75$	16°	$8 = x + 3$	26°	$-7 = x - 12$
7°	$3/5 + x = 13/5$	17°	$21 = x - 11$	27°	$6 = -x - 15$
8°	$4/6 + x = 12/3$	18°	$13 = x - 1$	28°	$15 = -x + 20$
9°	$23 - x = 11$	19°	$3 - 4 = x - 1$	29°	$-7 = -x - 2$
10°	$5 - x = -5$	20°	$50 = 20 - x$	30°	$18 = 20 - x$

Ecuaciones del tipo $ax = b$

· Cuando el coeficiente de la incógnita está multiplicando pasará al otro miembro dividiendo. Y si está dividiendo a la incógnita pasará multiplicando al número que está en el otro miembro.

Ejemplo: $2x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{2} = 5$

Ejercicio 5°

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1° $5x = 30$	7° $12x = -60$	13° $-48 = 4y$
2° $2x = -8$	8° $7x = -28$	14° $21 = -7z$
3° $-4y = 20$	9° $-15x = 45$	15° $-84 = 21x$
4° $-6x = -30$	10° $-8x = -72$	16° $-90 = -9y$
5° $2'5x = 50'2$	11° $-12x = 36$	17° $-75 = 5x$
6° $\frac{x}{5} = -10$	12° $\frac{x}{-2} = 6$	18° $\frac{-x}{3} = -5$

Ecuaciones del tipo $ax + b = c$

· Primero se transponen los términos semejantes. Después se calculan. Y aparecerá una ecuación de los tipos anteriores.

Ejemplo: $2x - 5 = 1; \rightarrow 2x = 1 + 5; \rightarrow 2x = 6; \rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$

Ejercicio 6°

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1° $2x + 5 = 19$	16° $-3x + 4 \cdot (-3) = 0$
2° $5x - 10 = 15$	17° $3x - 2 = 4x - 7$
3° $2x + 8 = 18$	18° $6x - 3 = 2x + 1$
4° $3x - 7 = 11$	19° $10 + 2x = 7x - 15$
5° $4x - 12 = 8$	20° $-3x + 2 = x + 10$
6° $5x - 8 = 10 - 3$	21° $2x - 7 = 3x - 8$
7° $-2x + 6 = -4$	22° $2x + 2 = x + 2$
8° $-3x - 2 = -9 - 5$	23° $-5x + 12 = -4x - 3$
9° $-5x + 20 = 12 - 2$	24° $2x + 2 = x + 5$
10° $-4x + 30 = -5 + 23$	25° $3x + 5 - x = 4x + 1 + 2x$
11° $3x - 6 = 0$	26° $5x + 7 - 2x = -3x - 3 + 7x$
12° $4x - 20 = 0$	27° $12x + 10 - 5x = 7x + 12 + 8x$
13° $5x + 15 = 0$	28° $5x + 2 - 12x = 6x - 1 - 10x + 3 - 3x$
14° $5x + 52 + 8x = 0$	29° $3x + 5 - 2x - 7 = -2 + 6x - 8x + 5x$
15° $25x + 15 = -10$	30° $-4x + 6 - 3x - 1 + 2x = 7x - 3 + 2x + 8$

Ecuaciones con paréntesis:

- Primero se quitan los paréntesis aplicando la propiedad distributiva.
- Luego se transponen los términos semejantes.
- Después se calculan.

Ejemplo: $4 \cdot (x - 2) = 2 \cdot (x + 1) + 6$
 $4x - 8 = 2x + 2 + 6$
 $4x - 2x = 2 + 6 + 8$
 $2x = 16$
 $x = \frac{16}{2} = 8$

Ejercicio 7°

1° $x + 9 = 2 \cdot (x - 6)$	9° $2x + 3 = 4x + 6 \cdot (x - 4) - 5$
2° $8x - 2 \cdot (3x + 1) = 3x + 1$	10° $7 \cdot (2 - x) = -2 \cdot (x - 4)$
3° $5y + 1 = 3 \cdot (y - 7)$	11° $5 \cdot (2z + 11) = 4z + 10$
4° $7 \cdot (x - 4) + 25 = -3$	12° $15 - 2 \cdot (p + 1) = 7$
5° $6 \cdot (x + 2) - 2 \cdot (3x + 1) = 0$	13° $8 \cdot (3 - x) + 8x = 24$
6° $2 \cdot (x + 3) - 6 \cdot (x + 5) = 3x + 4$	14° $2 \cdot (x + 6) - 7x = 3x - 5x + 8$
7° $5 \cdot (x - 1) - 6x = 3 \cdot (x - 3)$	15° $-2x + 3 \cdot (x - 1) = -12 + 5 \cdot (2 - x)$
8° $1 + 4 \cdot (x - 2) = -3x + 5 \cdot (x + 1)$	16° $3 \cdot (5x - 9) - 3 \cdot (x - 7) = 11 \cdot (x - 2)$

Ecuaciones con denominadores

Forma de proceder:

Ejemplo: $3 \cdot \left(x + \frac{1}{2} \right) = \frac{43}{6} - \left(\frac{x}{3} - 1 \right)$

1° Se **eliminan los paréntesis**, aplicando la propiedad distributiva:

$$3x + 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{43}{6} - \frac{x}{3} + 1$$

2° Se **eliminan los denominadores** multiplicando los dos miembros por el m.c.m. de los denominadores: m.c.m. (2, 6, 3) = **6**

$$6 \cdot \left[3x + \frac{3}{2} \right] = 6 \cdot \left[\frac{43}{6} - \frac{x}{3} + 1 \right]$$

$$6 \cdot 3x + 6 \cdot \frac{3}{2} = 6 \cdot \frac{43}{6} - 6 \cdot \frac{x}{3} + 6 \cdot 1$$

$$18x + 9 = 43 - 2x + 6$$

3° Se **transponen términos**, (los términos en “x” los ponemos en un miembro y los términos independientes en el otro miembro). **Después se opera:**

$$18x + 2x = 43 + 6 - 9$$

$$20x = 40$$

$$x = 2$$

Otro ejemplo: $\frac{x}{3} + \frac{x+2}{4} - \frac{x+3}{9} = 3$

Paso 1°: Multiplicar los dos miembros por el m.c.m. de los denominadores:
m.c.m. (3, 4, 9) = 36

$$36 \cdot \left[\frac{x}{3} + \frac{x+2}{4} - \frac{x+3}{9} \right] = 36 \cdot 3$$

Paso 2°: Se suprimen los corchetes aplicando la prop. distributiva:

$$36 \cdot \frac{x}{3} + 36 \cdot \frac{x+2}{4} - 36 \cdot \frac{x+3}{9} = 108$$

Paso 3°: Dividimos el m.c.m. (36), que hay en cada fracción por su respectivo denominador:

$$12x + 9 \cdot (x+2) - 4 \cdot (x+3) = 108$$

Paso 4°: Quitamos los paréntesis aplicando la prop. distributiva:

$$12x + 9x + 9 \cdot 2 - 4x - 4 \cdot 3 = 108$$

$$12x + 9x + 18 - 4x - 12 = 108$$

Paso 5°: Transponer términos y operara:

$$12x + 9x - 4x = 108 - 18 + 12$$

$$17x = 102$$

$$x = \frac{102}{17} = 6$$

Ejercicio 8°

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1° $\frac{x}{2} - 4 = \frac{x}{3} - 3$

2° $\frac{x}{4} + \frac{5}{2} = \frac{x}{6} - 5$

3° $\frac{5}{4}x + 2 = 7$

4° $-\frac{3}{5}x = -36 + 3x$

5° $-\frac{x}{2} + x = x - 6$

6° $\frac{x-2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3x-1}{2} - \frac{3}{2}$

7° $x + 5 = \frac{x+3}{3}$

8° $\frac{4x-12}{-4} = x - 5$

9° $\frac{x-3}{-2} = 4$

10° $\frac{x}{2} + 21 = \frac{4x}{3} + 24$

11° $\frac{x+4}{5} - \frac{x+3}{4} = 1 - \frac{x+1}{2}$

12° $\frac{x}{5} - \frac{2x+4}{3} = \frac{7}{15}$

13° $\frac{2}{5} - \frac{x}{2} = 3 + \frac{x}{4}$

14° $\frac{4 \cdot (x+1)}{3} = \frac{7-x}{2}$

15° $\frac{3 \cdot (3x-1)}{4} = \frac{7 \cdot (x+1)}{6}$

16° $\frac{3x-7}{12} = \frac{2x-3}{6} - \frac{x-1}{8}$

17° $\frac{10x-55}{2} = 10x - \frac{95-10x}{2}$

18° $\frac{5-9x}{8} + \frac{2x+3}{4} - \frac{143}{6} = 2x$

19° $\frac{5x+7}{2} - \frac{3x+9}{4} = \frac{2x+4}{3} + 5$

20° $2 + \frac{3x-1}{15} + \frac{x-4}{5} = \frac{x+4}{3}$

21° $1 - \frac{x-5}{4} - \frac{x-3}{10} + \frac{x+3}{8} = 0$

22° $\frac{7}{3x+2} = \frac{3}{2x-1}$

23° $\frac{3}{x+2} = \frac{-1}{2x-3}$

24° $\frac{3}{4} \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = \frac{x}{4}$

25° $2x + \frac{1}{21} = \frac{2}{7} - \frac{x}{3}$

26° $\frac{x+6}{3} = \frac{2}{3} + x$

27° $\frac{2x}{3} - 2 = \frac{1}{6} + x$

28° $\frac{5-3x}{7} = \frac{1-6x}{3}$

29° $\frac{5}{x+1} = \frac{3}{2}$

30° $\frac{3}{2x-1} = \frac{2}{1-x}$

31° $\frac{1-3x}{2} + \frac{5x+2}{3} - \frac{3x-19}{2} + \frac{x+1}{6} - 5 = x$

4° Resolución algebraica de problemas.

Ejemplo: A una clase asisten 64 estudiantes y sabemos que hay el triple número de alumnas que de alumnos. Averigua cuántas alumnas y cuántos alumnos hay

Pasos que podríamos dar:

1° Leer el enunciado e **identificar** los elementos del problema:

Número de chicos: x

Número de chicas: $3 \cdot x$

2° Plantear la ecuación **relacionando** los datos del problema:

Chicos + chicas = Total de alumnos

$$x + 3x = 64$$

3° Resolver la ecuación:

$$x + 3x = 64$$

$$4x = 64$$

$$x = \frac{64}{4} = 16$$

4° Escribir la solución y comprobar:

Número de chicos $x = 16$

Número de chicas $3 \cdot x = 3 \cdot 16 = 48$

$$\text{Comprobación } 16 + 48 = 64 \quad \rightarrow \quad 64 = 64$$

Ejercicio 9°. Problemas.

- 1° ¿Qué tres números consecutivos suman 276?
- 2° Arturo tiene una bolsa con 28 caramelos, unos de menta y otros de limón. Si el número de caramelos de menta triplica al de los de limón, ¿cuántos caramelos de cada tipo tiene Arturo?
- 3° Halla las dimensiones de una parcela rectangular, sabiendo que mide 180m. de perímetro y que tiene 20 m. más de largo que de ancho.
- 4° Un número es 5 veces otro. Averigua el valor de ambos si sumados dan 60.
- 5° Al sumar cuatro números consecutivos hemos obtenido 210. Encuentra dichos números.
- 6° Diego se quedó con los $\frac{4}{5}$ de las naranjas que había en una caja. De las restantes, Virginia cogió la mitad, de manera que al final sobraron 5 naranjas. ¿Cuántas naranjas contenía la caja?
- 7° Entre Raquel y Sara tiene 45 galletas. Sara le dice a Raquel: “si me das 5 galletas tendré el doble que tú”. ¿Cuántas galletas tiene cada una de las amigas?
- 8° En una caja hay el doble de moscas que de arañas. Indica cuántas arañas y moscas hay en la caja si el número de patas que tienen entre todas es 60.
Ayuda: Las moscas tienen 6 patas y las arañas 8 patas.
- 9° ¿Qué dos números naturales dan sumados 18 y restados 6?
- *10° En un lago se ha instalado una torre eléctrica. Tiene $\frac{1}{7}$ de su longitud hundida bajo tierra, mientras que $\frac{2}{9}$ del tramo restante se encuentra sumergido en el agua. Si la torre se alza 14 m. sobre la superficie del lago, ¿qué longitud tiene?
- 11° Ana le dice a Pedro: “La suma de las edades de tres de mis amigos es 4. Uno de ellos tiene doble de edad que el primero; y el tercero tiene 16 años menos que el segundo. ¿Sabes cuántos años tienen mis amigos?
- 12° David tiene 3 años más que su hermana. Entre los dos suman 37 años. ¿Qué edad tiene cada hermano?
- 13° Dos depósitos tienen igual capacidad. Estando llenos de agua. De uno de ellos se sacan 2.000 litros y del otro 9.000 litros, quedando en el primero doble cantidad de agua que en el segundo. ¿Cuál es la capacidad de los depósitos?
- 14° La suma de dos números es 32 y uno de ellos es igual a la séptima parte del otro. Halla los dos números.
- 15° Halla la longitud de una pieza de tela, sabiendo que después de haber vendido la mitad, la quinta parte y la décima parte, quedan 20 metros.