RAZONES Y PROPORCIONES: Comenzaremos diciendo qué es una magnitud, ya que nos hace falta para explicar este apartado. Una magnitud, en matemáticas, es todo aquello que es susceptible de ser contado, como por ejemplo "el tiempo, el dinero, el peso, la velocidad, la capacidad, coches vendidos en un mes por un concesionario, ...". Muchas veces, 2 magnitudes están relacionadas, porque si cambiamos la cantidad de una de ellas eso va a hacer que también cambie de valor la otra. Un ejemplo de 2 magnitudes que están relacionadas sería el "nº de bolígrafos y su precio". Podríamos formar esta tabla

1ª Mag. (precio en €)	2	4	6	8	10	...
2ª Mag. (nº bolígrafos)	1	2	3	4	5	...

Como se aprecia, cuantos más bolígrafos tengamos, más dinero nos cuesta comprarlos, y es por eso por lo que están relacionadas esas dos magnitudes (al cambiar una de ellas –nº de bolígrafos- eso hace cambiar la otra –precio-).

Si cogemos en cada uno de los ejemplos, y dividimos el precio entre el nº de bolígrafos, esa división (fracción) es una "razón". Llamaremos **Razón** entonces a **la división de dos n^{os}**, donde los n^{os} los sacamos de la relación que se establece entre 2 magnitudes distintas. Si te has dado cuenta, la definición de razón viene a significar lo mismo que **Fracción** = **Razón**.

En el ejemplo, sacaremos las razones $\frac{2}{1}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{10}{5}$, y como se puede observar, todas esas razones son iguales a un nº concreto, el "2", por lo que podremos poner $\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{6}{3}=\frac{8}{4}=\frac{10}{5}=2$.

Si cogemos ahora un par de esas razones ($\frac{4}{2}=\frac{6}{3}$) diríamos que son razones/fracciones equivalentes. Pues a esa expresión se denomina **Proporción**, y la definiríamos como **una igualdad entre dos razones**. Y como esas 2 razones, y las otras 3, son iguales a un mismo nº (el 2) se dice que ese nº es la **constante de proporcionalidad (K)**, y todas las proporciones lo tienen. Como veis, este nº importante de toda proporción **se saca de dividir cada una de las razones o, si no se puede, de simplificarlas**.

Los n^{os} de los que consta una proporción tienen unos nombres concretos, y son:

En la proporción $\frac{4}{2}=\frac{6}{3}$ los **antecedentes** son los n^{os} de arriba (4 y 6), los **consecuentes** son los de abajo (2 y 3), los **extremos** son el primer y último nº (4 y 3) y los **medios** son el 2º y 3^{er} nº (2 y 6).

PROPIEDADES DE UNA PROPORCIÓN: La **propiedad fundamental** que tienen todas las proporciones (y ya que son sinónimos de fracciones) será que **el producto de los extremos es igual al producto de los medios**. Dicho de otra manera, al multiplicar los extremos por un lado, y los medios por otro, nos sale el mismo nº. Veámoslo en el ejemplo anterior

$$\frac{4}{2}=\frac{6}{3} \rightarrow 4 \cdot 3 = 12 \text{ y } 2 \cdot 6 = 12\text{, por lo que } 4 \cdot 3 = 2 \cdot 6$$

Por otro lado, la 2ª propiedad es que **para obtener nuevas proporciones a partir de una proporción que nos dan, lo único que hay que hacer es cambiar los extremos de sitio, o los medios o los extremos y los medios a la vez**. Veámoslo

$$\frac{4}{2}=\frac{6}{3} \rightarrow \text{Cambio los extremos y queda } \frac{3}{2}=\frac{6}{4} \rightarrow \text{y su nueva K es } \frac{3}{2}$$

$$\frac{4}{2}=\frac{6}{3} \rightarrow \text{Cambio los medios y queda } \frac{4}{6}=\frac{2}{3} \rightarrow \text{y su nueva K es } \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{2}=\frac{6}{3} \rightarrow \text{Cambio los medios y los extremos y queda } \frac{3}{6}=\frac{2}{4} \rightarrow \text{y su nueva K es } \frac{1}{2}$$

La 3ª y última propiedad nos dice que **para obtener nuevas razones que pertenezcan a la misma proporción, lo único que tenemos que hacer es sumar o restar los antecedentes de la proporción, por un lado, y los consecuentes por otro**. Veamos estos ejemplos

$\frac{4}{2}=\frac{6}{3}$, si sumamos los antecedentes y los consecuentes saldría $\frac{4+6}{2+3}=\frac{10}{5}$, y esa razón formaría proporción con cualquiera de las otras dos. Ahora podríamos sumar los antec. y los consec. de la 1ª y la última razón que acabamos de sacar, y saldría: $\frac{4}{2}=\frac{6}{3}=\frac{10}{5} \rightarrow \frac{4+10}{2+5}=\frac{14}{7}$ y también formaría proporción con cualquiera de las razones anteriores (también es igual a 2). Si en vez de sumar, restáramos, nos ocurriría lo mismo.

EJERCICIOS

1.- De la página 98 del libro, el ejercicio nº 1. De la página siguiente, los nºs 2 y 3.

<u>OBTENCIÓN DE LOS TÉRMINOS DE UNA PROPORCIÓN:</u> Se sabe que una proporción tiene 4 nºs. En ocasiones, de los 4 no sabemos 3, y nos dicen que averigüemos el que falta. Nos encontramos con dos variedades diferentes

- **cuarto proporcional**.- nos dan 3 nºs diferentes (los 3 1ºs de la proporción) nosotros tenemos que averiguar el 4º nº, que será el que haga a esos 4 nºs proporcionales. Si dicen que averigüemos el 4º proporcional a 20, 30 y 60 se pondría para averiguarlo $\frac{20}{30}=\frac{60}{x} \rightarrow 20 \cdot x = 30 \cdot 60 \rightarrow x = \frac{1800}{20} = 90$.

Diríamos, pues, que "el cuarto proporcional a 20, 30 y 60 es el 90".

- **tercero proporcional**.- nos dan 2 nºs diferentes de la proporción, pero nos dicen que se repite el último que nos dan. Nosotros tenemos que averiguar el 3er nº diferente que haga a los 4 nºs proporcionales. Normalmente, si no nos dicen qué nº se repite, nosotros habremos de saber que es el 2º. Si ahora tenemos que averiguar el 3º proporcional a 20 y 30 se pondría $\frac{20}{30}=\frac{30}{x} \rightarrow 20 \cdot x = 30 \cdot 30 \rightarrow x = \frac{900}{20} = 45$.

Diríamos, pues, que "el tercero proporcional a 20 y 30 es el 45".

- **medio proporcional**.- nos dan 2 nºs diferentes de la proporción, pero en este caso son los dos extremos. Si os fijáis, tenemos que averiguar los medios (que serán iguales), por lo que nos están dando los 2 extremos. Si tuviésemos que averiguar el medio proporcional a 20 y 80 se haría de esta manera

$$\frac{20}{x}=\frac{x}{80} \rightarrow x \cdot x = 20 \cdot 80 \rightarrow x^2 = 1600 \rightarrow x = \sqrt{1600} = 40.$$

Diríamos, bien claro, que "el medio proporcional a 20 y 80 es el 40".

EJERCICIOS

2.- De la página 101 del libro, los nºs 5, 6 y 7. Hay que hacerlos con todos los pasos correspondientes.

<u>MAGNITUDES DEPENDIENTES, DIRECTA O INVERSAMENTE PROPORCIONALES:</u>

Ya hemos comentado al inicio del tema que 2 **magnitudes** son **dependientes** cuando **al cambiar el valor de una de ellas, eso hace cambiar el valor de la otra**. Significa también que están relacionadas.

Pues esa relación se puede entender de 2 maneras diferentes, ya que puede ocurrirnos 2 cosas bien distintas: a) Si ponemos el ejemplo de las 2 magnitudes "nº de dedos" y "nº de manos", observamos que mientras más manos tengamos, más dedos tendremos, y viceversa. Así, si tenemos 2 manos, tendremos 10 dedos, y si tenemos 3 manos (+ manos), tendremos 15 dedos (+ dedos). Si multiplicamos las 2 manos por 3 (el triple de manos), el resultado serían 6 manos. Si contamos los dedos que hay en las 6 manos, nos salen 30, que también son el triple de dedos que habría en 2 manos (10 dedos).

Cuando esto ocurre, que al aumentar una la otra también aumenta, o al disminuir una la otra también disminuye, se dice que las **magnitudes** son **directamente proporcionales**.

Por lo tanto, 2 magnitudes son directamente proporcionales cuando **al multiplicar o dividir por un nº** (constante lo llama el libro) **el valor de una de las magnitudes, eso hace que el valor de la otra magnitud también quede multiplicado o dividido <u>por el mismo nº</u>**. En definitiva, cuando vaya a hacer un problema, para averiguar que es de este tipo, sólo tengo que ver si "a + es +" o "a – es –".

b) Si el ejemplo que ponemos ahora es de las 2 magnitudes "nº de ladrillos a cargar" y "nº de albañiles", observamos que mientras más albañiles hayan menos ladrillos cargarán cada uno. Si viene un camión con 3000 ladrillos, 2 albañiles tendrán que cargar 1500 ladrillos cada uno, pero si hay 3 albañiles (+ albañiles), cada uno cargará en este caso 1000 ladrillos (– ladrillos).

Cuando esto ocurre, que al aumentar una la otra disminuye, o al disminuir una la otra aumenta, se dice que las **magnitudes** son **inversamente o indirectamente proporcionales**.

Por lo tanto, 2 magnitudes son inversamente proporcionales cuando **al multiplicar o dividir por un nº** (constante lo llama el libro) **el valor de una de las magnitudes, eso hace que el valor de la otra magnitud quede dividido o multiplicado** **por el mismo nº**. En definitiva, cuando vaya a hacer un problema, para averiguar que es de este tipo, sólo tengo que ver si "a + es –" o "a – es +".

Cuando el problema es de proporción directa, podemos hacer razones con las cantidades de las dos magnitudes, y el resultado sería la **constante de proporcionalidad**

$\frac{10\ dedos}{2\ manos} = 5$,, $\frac{15\ dedos}{3\ manos} = 5$,, Ese 5 es la constante de proporcionalidad, y significa que hay 5 dedos en cada mano. Ese 5, como se ve, lo hemos sacado de la división de las cantidades de las 2 razones.

Cuando el problema es de proporción inversa, si hacemos razones con las cantidades de las 2 razones nonos sale la misma cifra. Sin embargo, si multiplicamos dichas cantidades sí nos sale. A esta cantidad se la conoce como la **constante de proporcionalidad inversa**

2 albañiles · 1500 ladrillos = 3000 ,, 3 albañiles · 1000 ladrillos = 3000 ,, Ese 3000 es la constante de proporcionalidad inversa, y significa los 3000 ladrillos que hay que acarrear.

EJERCICIOS

3.- De la página 102 del libro, los nos 8, 9 y 10. En el nº 8, poner sólo 1 ejemplo de cada.
4.- De la página 103 del libro, los nos 11 y 12.

REGLA DE 3 SIMPLE DIRECTA: En estos casos, tenemos 2 magnitudes relacionadas (por eso es simple) de forma directamente proporcional (a + de una le va a corresponder + de la otra, o viceversa). Pongamos un problema de este tipo

"5 bolsas contienen 125 canicas en total. ¿Cuántas canicas habrá en 7 bolsas?" Se resumiría así

5 bol. → 125 can. Le preguntamos al problema de qué tipo es diciéndole "si tengo más bolsas,
D ¿tendré más o menos canicas?". Está claro que la respuesta es que "tendré más".
7 bol. → x Esto nos indica que el problema es de proporción directa, y para resolverlo haríamos

$\frac{5}{7} = \frac{125}{x} \rightarrow 5 \cdot x = 7 \cdot 125 \rightarrow x = \frac{875}{5} = 175$ y la solución sería que "en 7 bolsas habrían 175 canicas"

REGLA DE 3 SIMPLE INVERSA: En estos problemas, tenemos 2 magnitudes relacionadas (por eso es simple) de forma inversamente proporcional (a + de una le corresponderá – de la otra, y viceversa). Pongamos este problema

"4 pintores han de pintar 120 farolas cada uno. Si contratan a 2 pintores más, ¿cuántas tendrá que pintar cada uno ahora?"

4 pin. → 120 far. Le preguntamos al problema de qué tipo es diciéndole "si tengo más pintores
I ¿tendrán que pintar más o menos farolas?". Está claro que "serán menos". Esto me
6 pin. → x indica que el problema es de proporción inversa, y para resolverlo haríamos

$\frac{4}{6} = \frac{x}{120} \rightarrow 6 \cdot x = 4 \cdot 120 \rightarrow x = \frac{480}{6} = 80$ y la solución sería que "6 pintores tendrán que pintar 80 farolas cada uno".

IMPORTANTE: Fíjate que cuando el problema es de proporción directa le ponemos una "D" en el planteamiento, y la proporción que sacamos es colocando las cifras tal cual aparecen. Sin embargo, cuando el problema es de proporción inversa coloco una "I" y a la razón donde está la "x" le hacemos la inversa en la proporción.

REPARTOS DIRECTAMENTE PROPORCIONALES:

En este tipo de problemas tenemos 2 magnitudes relacionadas, unas cantidades que hay que repartir de forma que el que tenga más de algo se llevará más o le tocará más, y, por tanto, el que menos tenga se llevará menos. Nos explicamos con un EJEMPLO RESUELTO

"El profesor de matemáticas ha dicho que va a dar 448 caramelos entre los 3 alumnos que tengan más positivos. Si Genaro tiene 31, Anabel 36 y Conchita 45, ¿cuántos caramelos se ganará cada uno?"

Hacemos razones con las cantidades de las dos magnitudes relacionadas (nº caramelos y nº de positivos)

$\frac{1^{a}\, mag\, (n^{o}\, de\, caramelos)}{2^{a}\, mag\, (n^{o}\, de\, positivos)} = \frac{x}{31} = \frac{y}{36} = \frac{z}{45}$ donde x, y, z son los caramelos que le van a corresponder

Sabemos que si sumamos los antecedentes, por u lado, y los consecuentes, por otro, sale una razón de la misma proporción. Pues eso es lo que vamos a hacer para resolver el problema, tal que así

$$\frac{1^{a}\, mag\, (n^{o}\, de\, caramelos)}{2^{a}\, mag\, (n^{o}\, de\, positivos)} = \frac{x}{31} = \frac{y}{36} = \frac{z}{45} = \frac{x+y+z}{31+36+45} = \frac{448}{112} = 4$$

Si os fijáis, $\frac{x}{31}$ es igual a $\frac{y}{36}$ y a ... y por último, también a "4". Entonces, saber "x" va a ser "pan comido": $\frac{x}{31} = 4 \rightarrow x = 4 \cdot 31 \rightarrow x = 124$ Para "y" haríamos lo mismo $\frac{y}{36} = 4$ y para "z" $\frac{z}{45} = 4$, y nos saldrán los valores de "x, y, z".

Solución: "Genaro se llevará 124 caramelos, Anabel 144 y Conchita 180"

EJERCICIOS

5.- De la página 105 del libro, los n^{os} 14, 15, 16, 17 y 18. De la página siguiente, los n^{os} 20 y 21.
6.- Para construir 9 m de valla se han pagado 123 €. ¿Cuánto se tendrá que pagar por construir 15 m del mismo tipo de valla?
7.- 4 amigos van a ir a un partido de baloncesto. Para ello deciden llevar paquetes de pipas, y así matar el gusanillo. Se gastaron 2,40 € en los paquetes. Se desea saber cuánto tuvo que pagar cada uno sabiendo que compraron 2, 3, 4 y 6 paquetes, respectivamente.
8.- 5 murciélagos se comieron cada uno 72 mosquitos una noche de verano, desapareciendo así todos ellos. Si hubieran sido 6 murciélagos los que hubiesen estado allí, ¿a cuántos mosquitos habrían tocado?
9.- Con 3 rollos de cinta roja se pueden sacar 111 tiras de lazo del mismo color y tamaño. ¿Cuántos trozos se podrán obtener con un rollo más?
10.- Para construir un edificio en 100 días se necesitan 36 trabajadores. ¿Cuántos se necesitarían para construirlo en 60 días?
11.- 3 hombres cargan una enorme piedra soportando cada uno un peso de 40 kg. Si un amigo les ve la cara de sufrimiento que llevan y decide ayudarlos, ¿qué peso llevará cada uno ahora?
12.- Hace poco tiempo he tenido que pagar los sellitos del ayuntamiento para que mis 3 vehículos puedan circular por las calles y carreteras de toda España. Tuve que pagar en la ventanilla un total de 259 €.Si se paga en función de la cilindrada de cada vehículo, y tengo una moto de 500 cc, el coche de mi esposa de 1200 cc, y mi coche de 2000 cc, ¿cuánto pagué de este impuesto por cada vehículo?
13.- En 18 bolsas de alfileres para tender la ropa (la que sale mojada de la lavadora) tenemos 1350. ¿Cuántos tendremos en 21 bolsas iguales?
14.- Me gusta mucho una canción. Me ha dado por ella y por eso me la he grabado 14 veces seguidas en un CD, durando 46 minutos y 26 segundos. Si aún me sigue gustando tela y me quiero grabar otro CD con 20 veces la canción, ¿qué tiempo me llevaría escuchándola?
15.- La única cosa que podría heredar de un padre de la Roda de Andalucía sus hijos era una buena parcela de tierra. Este padre calculó el tamaño de las parcelas que le daría a cada uno de sus 4 hijos, y eran de 1800 m^2. Al año, mira tú por donde, tuvo una hija (María, ya la última). Por tanto, ¿cuál será el tamaño actual de las parcelas a heredar?
16.- En 7 roperos exactamente iguales caben 910 perchas. ¿Cuántas cabrán en 6? (se rompió uno)

REGLA DE 3 COMPUESTA DIRECTA, INVERSA O MIXTA:

En este tipo de problemas nos vamos a encontrar 3 magnitudes relacionadas, de ahí que se los llame "Compuesta". Para resolverlos se siguen los siguientes pasos

a) Plantear el problema colocando las tres magnitudes seguidas, siendo siempre la 3ª de ellas la que me pregunta el problema.

b) Comprobar qué relación tienen las 2 1ᵃˢ magnitudes con respecto a la 3ª magnitud, es decir, si están relacionadas de forma directa o inversa.

c) Meter el primero de los datos que nos da el problema en la 1ª magnitud dejando igual la 2ª de las magnitudes. Luego sacamos la proporción que corresponda con los datos que tenemos de la 1ª y 3ª magnitud, y lo resolvemos.

d) Meteríamos el 2º de los datos, el de la 2ª magnitud, y dejaríamos igual el que teníamos en la 1ª. Luego sacamos la proporción que corresponda a la 2ª y 3ª magnitud y resolvemos. El resultado, es la solución del problema.

Veamos un EJEMPLO RESUELTO:

"3 empleados de un aeropuerto registran 150 maletas en 5 horas. ¿Cuántas maletas registrarán 5 empleados trabajando 6 horas cada uno?"

(1ª mag) (2ª mag) (3ª mag)

a) 3 empl. → 5 h. → 150 mal.

D — A mayor nº de empleados, más maletas registrarán

b) 3 empl. → 5 h. → 150 mal.

D — A mayor nº de horas de trabajo, más maletas registrarán

c) 3 empl. → 5 h. → 150 mal.

5 empl. → 5 h. → x_1

$$\frac{3}{5} = \frac{150}{x_1} \rightarrow 3 \cdot x_1 = 5 \cdot 150 \rightarrow x_1 = \frac{750}{3} = 250$$

$x_1 = 250$ maletas

d) 5 empl. → 5 h. → 250 mal.

5 empl. → 6 h. → x_2

$$\frac{5}{6} = \frac{250}{x_2} \rightarrow 5 \cdot x_2 = 6 \cdot 250 \rightarrow x_2 = \frac{1500}{5} = 300$$

$X_2 = 300$ maletas

Sol. "5 empleados de aeropuerto, trabajando 6 horas, registrarán 300 maletas"

El problema del ejemplo es de una "*regla de 3 compuesta directa*" porque hay 3 magnitudes relacionadas y las dos 1ᵃˢ magnitudes son directamente proporcionales con respecto a la 3ª. En el caso de que las 2 sean inversamente proporcionales con respecto a la 3ª, sería una "*regla de 3 compuesta inversa*" y si una de las 2 está relacionada directamente y la otra inversamente, sería una "*regla de 3 compuesta mixta*". Para solucionar estos problemas, si vamos a sacar la proporción a las 2 magnitudes que están relacionadas de forma inversa habrá que hacerle la inversa a la razón donde esté colocada la "x", como ya sabemos.

EJERCICIOS

17.- Si en una empresa electrónica 4 empleados fabrican 20 piezas en 5 horas, ¿cuántas piezas fabricarán 10 empleados trabajando 6 horas cada uno?

18.- 3 albañiles hacen 6 casas adosadas (muros exteriores e interiores) en 4 meses y 10 días. ¿Cuánto tardarán en hacer 5 albañiles 8 casas del mismo tipo?

19.- Tenemos en una carpintería 3 listones grandes, todos iguales. El carpintero decide cortarlos en trozos de 50 cm y así obtendría 36 trozos. Resulta que un poco más tarde encontró otro listón, y por ello, decidió cortar los 4 en trozos de 60 cm, en vez de 50. ¿Cuántos trozos obtuvo en total?

20.- 3 bombas, trabajando 4 horas diarias, llenan un depósito de combustible en 2 días. ¿Cuánto tardarán en llenar el depósito 2 bombas del mismo tipo trabajando 12 horas al día?

Todos conocéis este concepto. Se puede decir también que los problemas donde aparecen porcentajes son "*reglas de 3 simples directas*", ya que cuanto más grande sea el porcentaje mayor es la cantidad que se obtiene, y viceversa. Así, si un lanzador de baloncesto tiene un 80 % de acierto encestará más canastas con respecto al que tiene un 56 % puesto que su porcentaje es mayor.

Los problemas de este tipo se solucionan como los de regla de 3 directa, donde lo más importante es saber qué es el **100 %**, y es "**TODO, sin rebaja, sin descuento, sin aumento, sin IVA,...**".

"Así, si hay algo que vale 200 € (100 %) y tiene una rebaja del 20 % significa que el 20 % (40 €) no se pagan y el 80 % restante (160 €) será lo que tendríamos que pagar. En este caso, el porcentaje de lo que tendríamos que pagar con la rebaja citada sería del 80 %".

"Si teníamos 5000 coches vendidos en el mes de enero y en el mes de febrero ha habido un incremento de ventas del 7 %, significa que se han vendido un 7 % más (350 coches) y por lo tanto el porcentaje de coches vendidos en febrero, con respecto al de enero, sería del 107 %, y son 5350 coches".

"Cuando se hable de IVA, un impuesto que se paga aparte de lo que vale cualquier compra de un objeto, comida, ... que se haga, estaríamos hablando de un caso parecido al 2º , al del incremento. Por otro lado, hablar de rebaja sería lo mismo que hablar de descuento o disminución. Como por ejemplo, si en el concesionario de coches anterior se hubiesen vendido 350 coches menos en febrero (el 7 % de 5000, y ese 5000 sería el 100 %) se hablaría de una disminución en las ventas del 7 %, por lo que el porcentaje de coches vendidos en febrero, con respecto al de enero, sería del 93 % (un 7 % menos) y corresponderían a 4650 coches."

EJEMPLOS RESUELTOS

"Hoy hemos comido en un restaurante y nos ha costado todo, con un 7 % de IVA, 145´52 €. ¿Cuánto nos habrían cobrado sin IVA?"

Está claro que nos están pidiendo el 100 %, que sería lo que vale algo, en este caso una comida, sin IVA. Eso quiere decir que el porcentaje de lo que vale la comida con IVA será del 100 % + 7 % = 107 % que serían los 145´52 €. Por ello, el planteamiento del problema sería éste

107 % → 145´52 €

100 % → x $\quad \dfrac{107}{100} = \dfrac{145'52}{x} \rightarrow 107 \cdot x = 100 \cdot 145'52 \rightarrow x = \dfrac{14552}{107} = 135$

<u>Sol. "La comida de hoy sin IVA habría costado 135 €"</u>

"Hace 2 años asistieron al circuito de velocidad de Estoril (Portugal) 86400 personas para ver el campeonato del mundo de motos. El año pasado asistieron 93312 personas. ¿Cuál fue el porcentaje de subida?"

Debemos saber que el 100 % son las 86400 personas, y que el porcentaje correspondiente a la otra cantidad será el 100 % + el porcentaje de lo que haya subido, que es lo que nos está preguntando. ¿Cuántas personas más han ido? Pues haciendo una resta nos salen 6912 personas. ¿Y qué porcentaje de 86400 personas son 6912? Señoras y señores, aquí tenemos el planteamiento

100 % → 86400 per.

x → 6912 per. $\quad \dfrac{100}{x} = \dfrac{86400}{6912} \rightarrow 86400 \cdot x = 100 \cdot 6912 \rightarrow x = \dfrac{691200}{86400} = 8$

<u>Sol. "El porcentaje que subió el nº de personas el año pasado fue del 8 %"</u>

EJERCICIOS

21.- De la página 108 del libro, los n^{os} 23 bd y 25. Si se desea, se pueden hacer como en 1º de ESO.
22.- De la página 109 del libro, los n^{os} 26, 27 y 28.
23.- Un reloj-cronómetro valía ayer 110 €. Si hoy me han comentado que le han subido el precio un 24 %, ¿cuánto vale hoy?
24.- Un reloj-cronómetro valía ayer 124 €. Si hoy me han dicho que le han rebajado su precio un 12 %, ¿cuánto vale hoy?

25.- Un reloj-cronómetro vale hoy 161 €, después de que haya subido un 15 % el precio de ayer. ¿Cuánto costaba ayer?
26.- Un reloj-cronómetro valía ayer 80 €, y hoy 96 €. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida?
27.- Un reloj-despertador vale con IVA 79,5 €. Si el IVA que se le ha aplicado es del 6 %, ¿cuánto costaría sin este impuesto?
28.- Un muñeco de "Mazinger-Z" valía en diciembre 96 €, y en las rebajas de enero 91´2 €. ¿Qué % de descuento le habían hecho?
29.- En una clase de secundaria hay 21 niñas y 9 niños. ¿Cuál es el porcentaje de niñas que hay en dicha clase?

<u>EL PORCENTAJE FINANCIERO. EL INTERÉS SIMPLE:</u> Los temidos "Bancos o Cajas de Ahorros" ganan mucho dinero con los préstamos que les otorgan a las distintas empresas o personas físicas. Pese a ello, la gente tiene la necesidad de pedir un préstamo en alguna etapa de su vida, bien para comprarse una vivienda, bien un coche, para vivir la feria o el Rocío "a tope", ...

Las entidades financieras, antes de darte un préstamo, se lo piensan mucho y te piden mucha documentación que les haga ver a ellos que no tendrás ningún problema para devolverles "su dinero".

Lógicamente, ellos no sólo quieren su dinero sino que además, por hacerte el favor de prestarte ese dinero cuando tú no lo tenías, te cobran una cantidad extra llamada "**Interés** (**I**)" que podría ser definida como "**la cantidad extra que nos cobra un banco por hacernos el favor de prestarnos un dinero**".

Esta cantidad depende directamente de 3 factores:

a) <u>El Capital (C)</u> → es el dinero que se le pide a la entidad financiera para utilizarlo en lo que sea oportuno.
b) <u>El % de interés (r)</u> → se llama "Rédito" y cada banco lo tiene fijado dependiendo de cada momento. Corresponde a un porcentaje que se aplicará sobre el dinero pedido. Ese porcentaje cambia de vez en cuando, y cuando alguien decide pedir un préstamo, consulta a varias entidades para ver cuál es el % más bajo. Ten en cuenta que al ser un porcentaje, sería igual a una fracción con denominador 100.
c) <u>El Tiempo (t)</u> → indudablemente, cuanto más tiempo tardes en devolver el dinero mayor es el favor que te hace el Banco. Este tiempo viene siempre expresado en "años". Esto quiere decir que si el préstamo se devuelve dentro de 300 días, esos 300 días con respecto al año sería la fracción $\frac{300}{360}$ (en matemáticas, los años siempre tienen 360 días, por simplificar las cosas). Si se devuelve en 10 meses, resultaría la fracción $\frac{10}{12}$. Si fuesen 3 trimestres, se pondría $\frac{3}{4}$.

Existe una fórmula que nos permite calcular el dinero extra que nos va a cobrar el banco o caja cuando se les pide un préstamo. Ahora os la diré. Pero antes os digo que esta fórmula también nos serviría para calcular el dinero que nos daría el banco o caja si nosotros depositamos nuestros grandes ahorros o algún premio que nos haya tocado (cupón de la ONCE, Lotería de Navidad, Quinielas,...). Claro está que el banco o caja nos pondrá la "r" a un porcentaje mucho más bajo de lo que ellos cobran en los préstamos.

Bueno, que la fórmula prometida es **I = C · R · T**. En resumidas cuentas, si multiplicamos el <u>capital por el rédito y por el tiempo</u> (en años) nos saldría el <u>interés</u>.

EJEMPLOS RESUELTOS

<u>PRIMERO</u> → "Jhon Kimball, un policía que trabajó en una guardería, pidió hace años un préstamo al Banco "X2" de 58000 € para comprarse un coche de lujo. Si lo devolvió en 6 años a un 7´5 % de interés, ¿cuánto pagó de intereses? Al cabo de los 6 años, ¿cuánto dinero le devolvió al banco en total?"

Primero calcularemos la primera parte, que son los intereses. Para ello ponemos la fórmula, luego sustituimos las letras por los datos y después calculamos:

$I = C \cdot R \cdot T = 58000 \cdot \frac{7'5}{100} \cdot 6 = 26100$ € <u>1ª Sol. "Jhon Kimball pagó de intereses 26100 €"</u>

Para la 2ª parte solo tenemos que hacer una suma: 58000 € + 26100 € = <u>84100 € devolvió en total</u>

SEGUNDO → "Los padres de Laura tienen ahorrados 30500 € en una entidad financiera. Si les dan un 4 % anual por este capital, ¿qué interés les produce este capital en 2 años?"

Calculemos primero los intereses que se ganan por depositar los ahorrillos en el banco. Aplicamos la fórmula anterior $I = C \cdot R \cdot T = 30500 \cdot \frac{4}{100} \cdot 2 = 2440$ € En 2 años, los padres de Laura se habrán ganado 2440 € por sus ahorrillos, que serían los intereses. Si quisiésemos saber el dinero que tendrían al cabo de esos 2 años simplemente haríamos una suma: 30500 € + 2440 € = 32740 €.

Sol. "Los padres de Laura, a los dos años, le habrán producido sus ahorrillos unos intereses de 2440 €"

Finalmente, de la fórmula del interés se pueden sacar otras 3. Y lo hacemos despejando cada una de las letras que aparecen en el miembro de la derecha. Nos quedaría así

$$I = C \cdot R \cdot T \quad \rightarrow \quad C = \frac{I}{R \cdot T} \quad (1)$$

$$I = C \cdot R \cdot T \quad \rightarrow \quad R = \frac{I}{C \cdot T} \quad (2)$$

$$I = C \cdot R \cdot T \quad \rightarrow \quad T = \frac{I}{C \cdot R} \quad (3)$$

La fórmula (1) nos servirá para calcular el dinero que me han prestado siempre y cuando sepa las otras tres cosas. La fórmula (2) servirá para conocer el rédito, siempre que sepamos los otros tres valores, y la fórmula (3) es para hallar el tiempo de devolución del préstamo.

EJERCICIOS

30.- De la página 111 del libro, los n^{os} 29, 30, 31, 32, 33 y 35. En este último, sobra la palabra final "anual".

31.- Una familia tiene ahorrados 18.500 € y ha decidido ingresarlos en el banco de un amigo. Éste le ha dicho que les puede poner el dinero a un 2,7 % de interés. ¿Qué dinero tendrán al cabo de dos años y medio?

32.- Una persona que todos conocemos metió no hace mucho tiempo 21000 € en una cuenta de las que salen por la "tele", y al 7 % le produjeron 122,50 € de intereses. ¿Qué tiempo dejó el dinero en esa cuenta?

EJERCICIOS DEL TRABAJO: 40, 41, 43, 44, 45, 47, 48, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 57, 58, 60, 61, 63, 64, 70, 72 y 74. Debes explicarlos todo lo que puedas y sea necesario.

EJERCICOS CAMBIADOS O MODIFICADOS:

40.- Di si los pares de magnitudes siguientes son directa o inversamente proporcionales, y justifica tu respuesta: a) El tiempo de funcionamiento de una máquina y la cantidad de electricidad que consume. b) A una determinada hora del día, la altura de los edificios de una calle y la longitud de la sombra que proyectan. c) El nº de cajas necesarias para empaquetar un producto y su capacidad, expresada en unidades del producto. d) En un banco, el nº de ventanillas abiertas y el tiempo de espera en la cola. e) El nº de libros vendidos y el dinero cobrado. f) Las llamadas telefónicas que se han efectuado y su importe.
g) La velocidad del procesador de un ordenador y el tiempo que tarda en procesar la información.
h) El nº de baldosas necesarias para cubrir el suelo de una calle y el tamaño de cada baldosa.

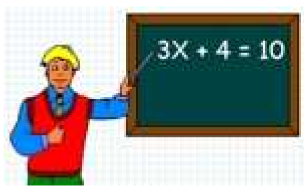
48.- En una urbanización, el precio de un solar de 750 m^2 es de 18000 € y el de otro solar de 1000 m^2 es de 24000 €. ¿Son magnitudes directamente proporcionales el precio y el nº de metros cuadrados? Justifica tu respuesta. En caso afirmativo, calcula la constante de proporcionalidad, y explica lo que quiere decir.

60.- ¿A qué tanto por ciento de interés se ha prestado un capital de 11500 €, si en 4 años ha producido un interés de 5520 €?

A continuación, os propongo más ejercicios con sus soluciones, por si queréis practicar vosotros/as solos/as. Si tuvieseis alguna dificultad, no dudéis en consultarme. Aunque estén con letra más pequeña, no quiere decir que sean menos importantes ni difíciles.

33.- Un grupo de 12 amigos tuvieron mucha suerte un martes, ya que se encontraron una bolsa de canicas de distintos colores. Las contaron y se dijeron unos a otros que se podían llevar 15 cada uno. Ahora va y 2 de ellos no quieren participar en el reparto por motivos diversos. Los demás se alegraron porque ... ¿Cuántas canicas se llevó cada uno de los que sí quisieron? **#**
34.- Para construir una pared de 12 m de largo y 5 m de alto se necesitan 400 ladrillos. ¿Qué altura tendrá la pared si tuviera 4 m de largo y se cuentan con 200 ladrillos? **7´5 m de altura**
35.- Para comprar 300 g de queso necesito 6 €. ¿Cuánto podré comprar con 4,50 €? **225 g**
36.- Un viajante cobra 7,21 € diarios y el 2,5 % sobre el valor de las ventas. Al cabo de 18 días recibe 253,63 €. Calcula el importe de las ventas. **4954 €**
37.- Un camión que carga 3 toneladas necesita 15 viajes para transportar cierta cantidad de arena. ¿Cuántos viajes necesitará para hacer transportar la misma arena en un camión cuya carga son 5 t? **9 viajes**
38.- Un padre le da la paga semanal a sus 3 hijos de forma que a cada uno le corresponde una cantidad proporcional a su edad. Estos hijos tienen 20, 15 y 8 años. Si el padre suelta cada semana 107,50 €, ¿cuánto le toca a cada uno? **50 €, 37´5 € y 20 €**
39.- Para enviar un paquete de 12 kg a una población que está a 60 km de distancia una empresa de transporte me ha cobrado 9 €. ¿Cuánto me costaría enviar un paquete de 15 kg a unos 200 km? **37´5 €**
40.- 5 máquinas embotelladoras envasan 7200 litros de aceite en 1 h. ¿Cuántos litros envasarán 3 máquinas en 2 h y media? **#**
41.- 50 terneros consumen 4200 kg de alfalfa a la semana. ¿Cuántos kg de alfalfa se necesitarán para alimentar a 20 terneros durante 15 días? **3600 kg**
42.- Para envasar cierta cantidad de vino se necesitan 8 toneles de 210 litros de capacidad cada uno. Se quiere envasar la misma cantidad de vino, pero empleando 15 toneles. ¿Cuál debería ser la capacidad de ellos? **112 litros**
43.- En un comercio, un artículo que en diciembre estaba valorado en 1500 €, nos ha costado el 15 de enero 1620 €. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida? **El 8 %** Si en marzo le van a aumentar un 14 % su precio con respecto al de enero, ¿cuánto valdrá en ese mes? **1846´80 €**
44.- Con 48 gusanos de 6 cm de tamaño soy capaz de hacer una línea recta grandecita. ¿De qué tamaño tendrían que ser los gusanos para hacer esa misma línea con tan solo 36 gusanitos? **8 cm**
45.- Un camión va transportando 70 cajas de botellas de lejía perfumada de 5 litros, conteniendo cada caja 9 botellas. Si cupiesen en las cajas 1 botella más, ¿cuántas transportaría el camión? **63 cajas**
46.- Se sabe que 3 grifos de agua, echando agua 10 h al día, llenan una piscina de 12000 dm^3. ¿Qué capacidad tendrá, como máximo, una piscina que es llenada con 5 grifos echando agua 8 h al día? **16000 dm^3**
47.- El APA de un colegio va a destinar un dinero para sufragar parte de los gastos de un viaje de fin de curso, y por eso a cada niño, de los 19 que irán, va a recibir 38 €. Al final, uno que no iba, va. Por tanto, ¿qué dinero le corresponderá a cada uno ahora? **36´10 €**
48.- En una fábrica necesitan que ciertos trabajadores hagan "horas extras" para terminar cuanto antes un trabajo pendiente. Para ello, tienen destinado un presupuesto de 2160 €. Si Juan, Pepe y Manolo son los únicos voluntarios que se han ofrecido y han hecho 40, 50 y 90 horas extras, respectivamente, ¿cuánto se ganará cada uno por ese tiempo de más trabajado? **#**
49.- En una familia la madre cobra un sueldo de 811,37 €, y el padre 961,98 €. Este mes tienen unos gastos fijos de piso, agua, luz, teléfono, ... que ascienden al 25 % de los ingresos. Un 40 % se gasta en manutención. Un 15 % en vestido y calzado. Un 5 % en gastos varios. Pagan un recibo mensual de 199,92 € por la compra de un coche a plazos. ¿Podrá ahorrar algo este mes la familia? **Sí, ahorrarán 66´08 €**
50.- 3 peones de albañil deben trasladar, a primera hora de la mañana, 76 ladrillos cada uno desde la puerta de un chalet al sótano del mismo, ya que quieren hacer un murito y algo más. Y lo debían hacer 3 porque había uno que siempre llegaba tarde. Justo antes de empezar llegó el "tardante". ¿Cuántos ladrillos trasladaron los 4? **57 ladrillos cada uno**
51.- En unas elecciones municipales, votaron 34120 hombres y 22256 mujeres. Si en la ciudad habían censados 109527 personas, de las cuales 31227 eran menores de edad, ¿cuál fue el porcentaje de personas con derecho a voto (> de 18 años) que no participaron en las elecciones? **Un 28 % no votó**
52.- Un jugador profesional de baloncesto estuvo tirando "tiros libres" durante algo más de 1 hora. En ese tiempo lanzó 420 y "encanastó" 273. ¿Cuál fue su porcentaje de acierto? **Un 65 % de acierto**
53.- Un préstamo de 48000 €, en 15 meses, han producido 4800 € de intereses. ¿Cuál ha sido el % de interés? **R = 8 %**
54.- ¿Qué dinero le he pedido prestado al banco si en 7 años, al 6´2 %, han producido 46004 € de intereses? **C = 106.000€**

 # → nº 33, **18 canicas**, nº 40, **10800 litros**, y nº 48, **480 €, 600€ y 1080 €**



Fdo. Juan Chanfreut Rodríguez
Profesor de matemáticas de 2º de ESO