

TEMA 8 – GEOMETRÍA ANALÍTICA**8.2 – ECUACIONES DE UNA RECTA**

Para determinar una recta necesitamos una de estas dos condiciones

1. Un punto $P(x_0, y_0)$ y un vector $\vec{V} = (a, b)$
2. Dos puntos $P(x_0, y_0)$, $Q(x_1, y_1) \rightarrow$ Un punto $P(x_0, y_0)$ y un vector \vec{PQ}

8.2.1 – ECUACIÓN VECTORIAL

$$(x, y) = (x_0, y_0) + t \cdot (a, b) \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

8.2.2 – ECUACIONES PARAMÉTRICAS

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

8.2.3 – ECUACIÓN CONTINUA

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$$

8.2.4 – ECUACIÓN PUNTO-PENDIENTE

$$y - y_0 = \frac{b}{a} \cdot (x - x_0) \quad m = \frac{b}{a} = \text{pendiente}$$

8.2.5 – ECUACIÓN EXPLÍCITA

$$y = mx + n \quad \text{donde} \quad \begin{cases} m & \text{es la pendiente} \\ n & \text{es la ordenada en el origen (lo que vale la } y \text{ cuando } x = 0 \end{cases}$$

8.2.6 – ECUACIÓN IMPLÍCITA

$$a \cdot y - y_0 \cdot a = b \cdot x - b \cdot x_0 \rightarrow bx - ay + a \cdot y_0 - b \cdot x_0 = 0 \rightarrow Ax + By + c = 0$$

$$\vec{n} = (A, B) = (b, -a) = \text{vector normal de la recta perpendicular al vector director.}$$

NOTA

- $\vec{V} = (a, b) \rightarrow \vec{n} = (-b, a) \rightarrow m = b/a$
- $\vec{n} = (A, B) \rightarrow \vec{V} = (-B, A) \rightarrow m = -A/B$

8.3 – HAZ DE RECTAS

8.3.1 – HAZ DE RECTAS DE CENTRO P.

Al conjunto de todas las rectas que pasan por un punto P se le llama **haz de rectas de centro P**.

La expresión analítica del haz de rectas de centro $P(x_0, y_0)$ es : $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

8.3.2 – HAZ DE RECTAS

Si lo que conocemos son dos rectas pertenecientes al haz: $r: ax + by + c = 0$, $s: a'x + b'y + c' = 0$, el haz ponerse así: $k(ax + by + c) + k'(a'x + b'y + c') = 0$

8.4 – PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

8.4.1 – RECTAS PARALELAS

- Vectores directores paralelos (proporcionales)
- Vectores normales paralelos (proporcionales)
- Misma pendiente ($m_1 = m_2$)

8.4.2 – RECTAS PERPENDICULARES

- Vectores directores perpendiculares (producto escalar nulo)
- Vectores normales perpendiculares (producto escalar nulo)
- Producto de las pendientes igual a -1 ($m_1 \cdot m_2 = -1$)

8.5 – POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS

	FORMA GENERAL $r: Ax + By + C = 0$ $r': A'x + B'y + C' = 0$	FORMA EXPLÍCITA $y = m \cdot x + n$ $y = m' \cdot x + n'$	RESOLVER EL SISTEMA
COINCIDENTES	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$	$m = m'$ $n = n'$	Infinitas soluciones
PARALELAS	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$	$m = m'$ $n \neq n'$	No tiene solución
SECANTES	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$	$m \neq m'$	Una solución

8.6 – ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS

8.6.1 – SI TENEMOS SUS VECTORES DIRECTORES O NORMALES

$$\cos(r,s) = \begin{cases} \cos(\vec{v}_r, \vec{v}_s) = \frac{\begin{matrix} \vec{v}_r & \vec{v}_s \\ \vec{v}_r \cdot \vec{v}_s \end{matrix}}{\begin{matrix} \|\vec{v}_r\| & \|\vec{v}_s\| \end{matrix}} \\ \cos(\vec{n}_r, \vec{n}_s) = \frac{\begin{matrix} \vec{n}_r & \vec{n}_s \\ \vec{n}_r \cdot \vec{n}_s \end{matrix}}{\begin{matrix} \|\vec{n}_r\| & \|\vec{n}_s\| \end{matrix}} \end{cases}$$

8.6.2 – SI TENEMOS SUS PENDIENTES

La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma con el eje OX^+

$$\operatorname{tag}(\beta - \alpha) = \frac{|\operatorname{tag}\beta - \operatorname{tag}\alpha|}{|1 + \operatorname{tag}\beta \cdot \operatorname{tag}\alpha|} = \frac{|m_1 - m_2|}{|1 + m_1 \cdot m_2|} \quad (2 \text{ soluciones})$$

8.7 – DISTANCIAS

8.7.1 – DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre dos puntos es el módulo del vector que une dichos puntos

$$P(x_0, y_0), Q(x_1, y_1) \rightarrow d(P, Q) = |\vec{PQ}| = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$$

8.7.2 – DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

$$d(P(x_0, y_0), Ax + By + C = 0) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

8.7.3 – DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS PARALELAS

$$d(Ax + By + C = 0, Ax + By + C' = 0) = \frac{|C - C'|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$