

EXAMEN DE MATEMÁTICAS TRIGONOMETRÍA

SOLUCIONES

1) Calcula las razones trigonométricas de los ángulos:

a) $6360^\circ = 17 \cdot 360^\circ + 240^\circ$. Es decir, son 17 vueltas y 240° .

$$6360 \quad \underline{360}$$

$$2760 \quad 17$$

$$\underline{240}$$

$$\underline{\sin 6360^\circ = \sin 240^\circ = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\underline{\cos 6360^\circ = \cos 240^\circ = \cos 60^\circ = \frac{-1}{2}}$$

$$\underline{\operatorname{tg} 6360^\circ = \operatorname{tg} 240^\circ = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}}$$

b) $\frac{7\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi + \frac{3\pi}{2}$. Es decir, 1 vuelta y 270° .

$$\underline{\sin \frac{7\pi}{2} = \sin 270^\circ = -1}$$

$$\underline{\cos \frac{7\pi}{2} = \cos 270^\circ = 0}$$

$$\underline{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{2} = \operatorname{tg} 270^\circ \text{ no está definida}}$$

2) Sabiendo que $\cos \alpha = 0,8$ y $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, calcula:

$$\sin^2 \alpha + 0,8^2 = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - 0,64} = \pm \sqrt{0,36} \Rightarrow \sin \alpha = 0,6$$

$$\text{a) } \cos(30^\circ + \alpha) = \cos 30^\circ \cdot \cos \alpha - \sin 30^\circ \cdot \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,8 - \frac{1}{2} \cdot 0,6 =$$

$$0,69 - 0,3 = \underline{0,39}$$

$$\text{b) } \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 + 0,8}{2}} = \sqrt{0,9} = \underline{0,95}$$

3) Demuestra la igualdad:

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha} = \cos \alpha$$

Demostración:

EXAMEN DE MATEMÁTICAS TRIGONOMETRÍA

$$\frac{\text{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \text{sen} \alpha}{\text{tg} 2\alpha} = \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \text{sen} \alpha}{\frac{\text{sen} 2\alpha}{\cos 2\alpha}} = \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{2 \text{sen} \alpha \cos 2\alpha}{\text{sen} 2\alpha} =$$

$$= \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cancel{\text{sen} \alpha} (\cos^2 \alpha - \text{sen}^2 \alpha)}{\cancel{\text{sen} \alpha} \cos \alpha} = \frac{\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \text{sen}^2 \alpha}{\cos \alpha} = \cos \alpha$$

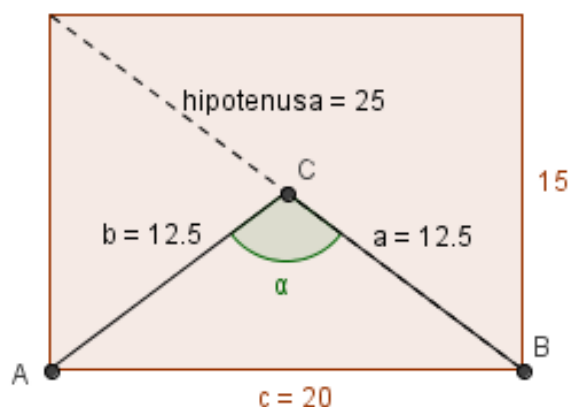
- 4) La base de un rectángulo mide 20 m y su altura 15 m. determina el ángulo que forman sus diagonales.

Solución:

Por Pitágoras hallamos la diagonal

$$h = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25\text{m}$$

Así que resolvemos el triángulo ABC



Por el Teorema del Coseno

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{12,5^2 + 12,5^2 - 20^2}{2 \cdot 12,5 \cdot 12,5} = -0,28$$

Por lo tanto $\hat{C} = \arccos(-0,28) \Rightarrow \boxed{\alpha = 106,26^\circ}$

- 5) Resuelve el triángulo $\triangle ABC$, sabiendo que $a = 82,6\text{cm}$, $b = 115\text{cm}$ y $\hat{A} = 28,4^\circ$. Ten en cuenta que puede haber 0, 1 o 2 soluciones.

Solución:

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{\text{sen} \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen} \hat{B}} \Rightarrow \frac{82,6}{\text{sen} 28,4^\circ} = \frac{115}{\text{sen} \hat{B}} \Rightarrow \text{sen} \hat{B} = \frac{115 \cdot \text{sen} 28,4^\circ}{82,6} = 0,66 \Rightarrow$$

$$\hat{B} = \arcsen 0,66 = \begin{cases} \boxed{\hat{B}_1 = 41,3^\circ} \\ 180^\circ - 41,3^\circ = \boxed{\hat{B}_2 = 138,7^\circ} \end{cases} \text{ Dos posibles soluciones}$$

- Si $\hat{B} = 41,3^\circ \Rightarrow \boxed{\hat{C} = 180^\circ - 28,4^\circ - 41,3^\circ = 110,3^\circ}$

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{\text{sen} \hat{A}} = \frac{c}{\text{sen} \hat{C}} \Rightarrow \frac{82,6}{\text{sen} 28,4^\circ} = \frac{c}{\text{sen} 110,3^\circ} \Rightarrow \boxed{c = \frac{82,6 \cdot \text{sen} 110,3^\circ}{\text{sen} 28,4^\circ} = 162,88\text{cm}}$$

EXAMEN DE MATEMÁTICAS TRIGONOMETRÍA

• Si $\widehat{B} = 41,3^\circ \Rightarrow \widehat{C} = 180^\circ - 28,4^\circ - 138,7^\circ = \underline{12,9^\circ}$

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{\widehat{\text{senA}}} = \frac{c}{\widehat{\text{senC}}} \Rightarrow \frac{82,6}{\widehat{\text{sen}28,4^\circ}} = \frac{c}{\widehat{\text{sen}12,9^\circ}} \Rightarrow |c = \frac{82,6 \cdot \widehat{\text{sen}12,9^\circ}}{\widehat{\text{sen}28,4^\circ}} = \underline{38,77 \text{ cm}}|$$

6) Resuelve las siguiente ecuaciones trigonométricas:

a) $5 - 7\widehat{\text{sen}x} - 2\widehat{\text{cos}}^2 x = 0$

$$5 - 7\widehat{\text{sen}x} - 2(1 - \widehat{\text{sen}}^2 x) = 0 \Rightarrow 5 - 7\widehat{\text{sen}x} - 2 + 2\widehat{\text{sen}}^2 x = 0 \Rightarrow 2\widehat{\text{sen}}^2 x - 7\widehat{\text{sen}x} + 3 = 0$$

$$\widehat{\text{sen}x} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \left\{ \begin{array}{l} 3 \\ \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

Entonces:

$$\boxed{\begin{array}{l} x = 30^\circ + 360^\circ k \\ x = 150^\circ + 360^\circ k \end{array} \quad \forall k \in \mathbb{Z}}$$

b) $\widehat{\text{sen}2x} - \sqrt{2}\widehat{\text{cos}}x = 0$

$$2\widehat{\text{sen}x}\widehat{\text{cos}}x - \sqrt{2}\widehat{\text{cos}}x = 0$$

$$\widehat{\text{cos}}x(2\widehat{\text{sen}x} - \sqrt{2}) = 0$$

$$\widehat{\text{cos}}x(2\widehat{\text{sen}x} - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{\text{cos}}x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 90^\circ + 180^\circ k} \\ 2\widehat{\text{sen}x} - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow \widehat{\text{sen}x} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x = 45^\circ + 360^\circ k \\ x = 135^\circ + 360^\circ k \end{array}} \end{array} \right. \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$