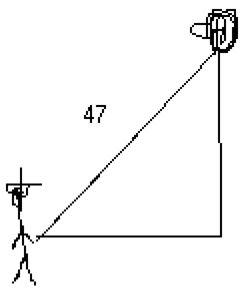
7.- Resolución de triángulos rectángulos.

Resolver un triángulo rectángulo es encontrar las medidas de sus tres lados y tres ángulos a partir de algunos de ellos que son conocidos. Las razones trigonométricas nos permiten resolver cualquier tipo de triángulo rectángulo.

Conocidos dos lados. El tercer lado se obtiene mediante el **teorema de Pitágoras**. Uno de los ángulos agudos se halla a partir de la razón trigonométrica que lo relaciona con los dos lados conocidos.

Conocido un lado y un ángulo. Otro lado se halla mediante la razón trigonométrica que lo relaciona con el lado y el ángulo conocidos. El otro ángulo agudo es complementario del que conocemos.



Ejemplo.- Un niño está haciendo volar una cometa. Ha soltado ya 47 metros de hilo y averigua que el ángulo que forma la cuerda de la cometa con la horizontal es de 52º. ¿A qué altura se encuentra la cometa?.

Llamamos h al cateto opuesto al ángulo conocido. El hilo, cuya longitud conocemos, es la hipotenusa. Por tanto, la razón trigonométrica que debemos usar es el seno:

$$\text{sen } 52^\circ = \frac{h}{47} \quad \rightarrow \quad h = 47 \text{ sen } 52^\circ = 47 \cdot 0{,}788 = 37{,}036\ m$$

Es decir, la cometa está a unos 37 metros del suelo.

Ejemplo.- Resuelve el triángulo **ABC** en el que conocemos un cateto **c = 12 m** y el ángulo **B = 25º**.
Los elementos desconocidos del triángulo miden: **C** = 90º - B = 90º - 25º = 65º.

$$\text{tg } 25^\circ = \frac{b}{12} \quad \Rightarrow \quad b = 12 \cdot \text{tg } 25^\circ = 5{,}60m$$

$$\cos 25^\circ = \frac{12}{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{12}{\cos 25^\circ} = 13{,}24m$$

Ejemplo.- Resuelve el triángulo **ABC** en el que conocemos **C = 14º 26´** y la hipotenusa **a = 40m**.
B= 90º - C = 90º - 14º 26´= 75º 34´

$$\text{sen } 14^\circ 26' = \frac{c}{40} \quad \Rightarrow \quad c = 40 \cdot \text{sen } 14^\circ 26' = 9{,}97m$$

$$\cos 14^\circ 26' = \frac{b}{40} \quad \Rightarrow \quad b = 40 \cdot \cos 14^\circ 26' = 38{,}74m$$

Ejemplo.- Resuelve el triángulo **ABC** en el que conocemos los dos catetos **b = 25 m** y **c = 42,5 m**.

$$a = \sqrt{25^2 + 42{,}5^2} = 49{,}31m$$

$$\text{tg } B = \frac{25}{42{,}5} \quad \Rightarrow \quad B = 30^\circ 27' 56'' \qquad \text{tg } C = \frac{42{,}5}{25} \quad \Rightarrow \quad C = 59^\circ 42' 4''$$

Ejemplo.- En las carreteras de montaña es normal encontrarse con señales de tráfico que indican el porcentaje de pendiente. Calcula el ángulo de una carretera cuya señal de tráfico indica un 12% de pendiente.

Esta señal indica que por cada 100 metros en horizontal la subida es de 12 metros. La carretera sería la hipotenusa del triángulo. Para saber el ángulo, conocidos los dos catetos, calculamos la tangente y posteriormente el ángulo.

$$\text{tg } B = \frac{12}{100} \quad \Rightarrow \quad B = 6^{\circ}50'34''$$

o sea, que una pendiente del 12% se corresponde con una inclinación de casi 7º.

Ejemplo.- Queremos conocer la altura de una montaña y sólo disponemos del ángulo de observación de la montaña que es de 26º. Si nos acercamos 100 metros, el ángulo de observación aumenta hasta 35º. Con estos datos, ¿calcula la altura de la montaña?.

Tenemos dos triángulos. Las incógnitas que vamos a manejar son: **h** que será la altura de la montaña y **x** la distancia del segundo punto de observación al centro de la montaña. En ambos triángulos podemos utilizar la tangente, que relaciona el ángulo con los dos catetos:

$$\text{tg } 35^{\circ} = \frac{h}{x} \quad \Rightarrow \quad h = x \cdot \text{tg } 35^{\circ} \quad \Rightarrow \quad h = 0{,}7x$$

$$\text{tg } 26^{\circ} = \frac{h}{x + 100} \quad \Rightarrow \quad h = (x + 100) \cdot \text{tg } 35^{\circ} \quad \Rightarrow \quad h = (x + 100) \cdot 0{,}49$$

se resuelve el sistema de dos ecuaciones con dos incognitas:

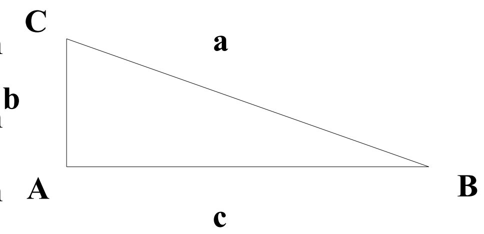
$$0{,}7x = (x + 100) \cdot 0{,}49 \quad \Rightarrow \quad 0{,}7x = 0{,}49x + 49 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{49}{0{,}21} = 233\ m$$

Por lo tanto, la altura será:

$$h = 0{,}7x = 0{,}7 \cdot 233 \quad \Rightarrow \quad h = 163\ m$$

Ejercicios:

Conocido un lado:



1. En un triángulo rectángulo se conocen c = 15 m y C = 70º, calcular a. Solución a = 15, 96 m.
2. En un triángulo rectángulo se conocen a = 50 m y C = 16º, calcular a. Solución a = 48,06 m.
3. En un triángulo rectángulo se conocen a = 13 m y C = 71º, calcular c. Solución c = 12, 29 m
4. En un triángulo rectángulo se conocen c = 40 m y B = 2º, calcular a. Solución a = 42,56 m
5. En un triángulo rectángulo se conocen bc = 32 m y C = 38º, calcular a. Solución a = 40,6 m.

Conocido un ángulo.

6. En un triángulo rectángulo se conocen a = 17 m y b = 15 m, calcular el ángulo C. Solución C = 28º 4´20´´.
7. En un triángulo rectángulo se conocen a = 26 m y b = 26 m, calcular el ángulo C. Solución C = 22º 37´11´´.
8. En un triángulo rectángulo se conocen a = 29 m y b = 21 m, calcular el ángulo A. Solución A = 46º 23´49´´.
9. En un triángulo rectángulo se conocen b = 17 m y c = 8 m, calcular el ángulo C. Solución C = 28º 4´20´´.
10. En un triángulo rectángulo se conocen b = 15 m y c = 8 m, calcular el ángulo B.

Solución B = 61º 55´39´´.