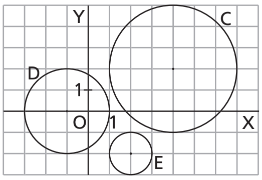
# 10 Cónicas

**1.** Calcula la ecuación de las circunferencias cuyo centro y radio se indican a continuación:

a) Centro $(-2, 2)$ Radio $r = 3$ b) Centro $(-2, -3)$ Radio $r = \sqrt{2}$

**2.** Calcula las ecuaciones de las circunferencias C, D y E que aparecen en la figura:




**3.** Calcula la ecuación de la circunferencia que tiene su centro situado en el punto $C(-2, 3)$ y que pasa por el punto de coordenadas $A(-2, 5)$. Calcula previamente la medida del radio.

**4.** Uno de los diámetros de una cierta circunferencia es el segmento determinado por los puntos $A(-1, 3)$ y $B(2, -4)$. Calcula las coordenadas del centro de la circunferencia, la medida del radio y escribe su ecuación analítica.

**5.** Calcula la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A, B y C cuyas coordenadas cartesianas son $A(-1, 3)$, $B(1, 2)$ y $C(0, -2)$.

**6.** Halla la ecuación reducida de la elipse sabiendo que sus focos están situados en los puntos $F(12, 0)$ y $F'(-12, 0)$ y que su eje mayor mide 26 unidades de longitud. Represéntala y calcula la medida de su eje menor, su distancia focal, su excentricidad y las coordenadas de sus vértices.

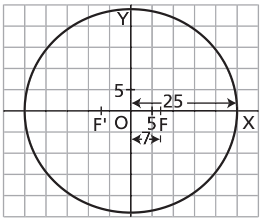
**7.** Halla la ecuación reducida de la hipérbola sabiendo que sus focos están situados en los puntos $F(17, 0)$ y $F'(-17, 0)$ y que su eje mayor mide 30 unidades de longitud. Represéntala y calcula la medida de su eje menor, su distancia focal, su excentricidad, las ecuaciones de sus asíntotas y las coordenadas de sus vértices.

**8.** Dada la gráfica de la siguiente elipse:

a) Calcula la medida de sus ejes y de su distancia focal.

b) Calcula su excentricidad e interprétala.

c) Escribe las coordenadas de sus focos y de sus vértices.




**9.** Dada la gráfica de la siguiente hipérbola:

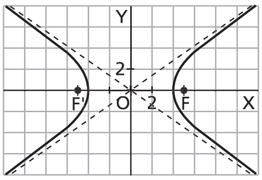
a) Calcula la medida de su eje mayor y de su distancia focal.

b) Calcula su eje menor.

c) Calcula su excentricidad.

d) Escribe las coordenadas de sus focos y de sus vértices.

e) Escribe las ecuaciones de sus asíntotas.




**10.** Escribe la ecuación de la elipse cuyo centro es el origen de coordenadas y cuyos ejes coinciden con los ejes de coordenadas y miden 58 y 40 unidades de longitud, respectivamente. Calcula las coordenadas de los focos y la excentricidad.

**11.** Escribe la ecuación de la hipérbola cuyo centro es el origen de coordenadas y cuyos ejes coinciden con los ejes de coordenadas y miden 70 y 24 unidades de longitud, respectivamente. Calcula las coordenadas de los focos y la excentricidad.

**12.** En cada una de las siguientes parábolas calcula el valor de su parámetro y las coordenadas de su foco:

a) $x^2 = 10y$ b) $x = 2y^2$

**13.** Calcula la ecuación de la parábola cuyo vértice es el origen de coordenadas y cuyo foco está situado en el punto $F(2, 0)$. Indica el valor del parámetro y la ecuación de la directriz.

# SOLUCIONES

**1.** a) $x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$

b) $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 11 = 0$

**2.** C: $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 11 = 0$

D: $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$

E: $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$

**3.** $r = d(C, A) = \sqrt{(-2 + 2)^2 + (3 - 5)^2} = 2$

$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$

**4.** $C\left(\frac{-1 + 2}{2}, \frac{3 - 4}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

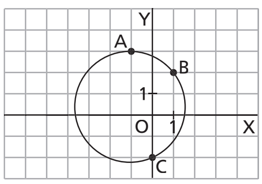
$$r = d(C, A) = \sqrt{\left(\frac{1}{2} + 1\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} - 3\right)^2} = \frac{\sqrt{58}}{2}$$

$x^2 + y^2 - x + y - 14 = 0$

**5.** $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \Rightarrow$

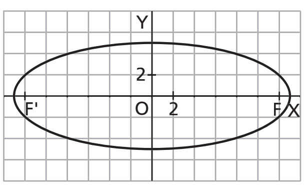
$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + 9 - D + 3E + F = 0 \\ 1 + 4 + D + 2E + F = 0 \\ 4 - 2E + F = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D = \frac{19}{9} \\ E = \frac{7}{9} \\ F = \frac{50}{9} \end{cases}$$

$9x^2 + 9y^2 + 19x - 7y - 50 = 0$




**6.** $\begin{cases} c = 12 \\ a = 13 \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{169 - 144} = 5$

$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1 \qquad e = \frac{c}{a} = \frac{12}{13} \approx 0{,}92$



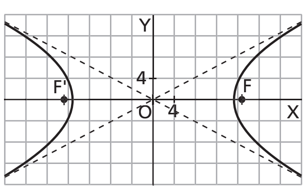

Vértices:
A(13, 0) B(0, 5)
A′(−13, 0) y B′(0, −5)

**7.** $\begin{cases} c = 17 \\ a = 15 \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{289 - 225} = 8$

$\frac{x^2}{225} - \frac{y^2}{64} = 1$

$e = \frac{c}{a} = \frac{17}{15} \approx 1{,}13$

Vértices: A(15, 0) B(0, 8) A′(−15, 0) y B′(0, −8)




Asíntotas: $y = -\frac{8}{15}x \quad y = \frac{8}{15}x$

**8.** a) Eje mayor $2a = 2 \cdot 25 = 50$

Distancia focal $2c = 2 \cdot 7 = 14$

$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24$

Eje menor: $2b = 2 \cdot 24 = 48$

b) $e = \frac{c}{a} = \frac{7}{25} = 0{,}28$. Elipse poco achatada.

c) A(25, 0) B(0, 24) A′(−25, 0) y B′(0, −24)

Focos: F(7, 0) F′(−7, 0)

**9.** a) Eje mayor $2a = 2 \cdot 4 = 8$

Distancia focal $2c = 2 \cdot 5 = 10$

b) $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$

Eje menor: $2b = 2 \cdot 3 = 6$

c) $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} = 1{,}25$

d) A(4, 0), B(0, 3), A′(−4 0) y B′(0, −3)

e) Asíntotas: $y = -\frac{3}{4}x \quad y = \frac{3}{4}x$

**10.** $\begin{cases} a = 29 \\ b = 20 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{441} = 21 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Ecuación: } \frac{x^2}{841} + \frac{y^2}{400} = 1 \\ \text{Focos: } F(21, 0), F'(-21, 0) \\ \text{Excentricidad: } e = \frac{c}{a} = \frac{21}{29} \approx 0{,}72 \end{cases}$$

**11.** $\begin{cases} a = 35 \\ b = 12 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1\,369} = 37 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Ecuación: } \frac{x^2}{1\,225} - \frac{y^2}{144} = 1 \\ \text{Focos: } F(37, 0), F'(-37, 0) \\ \text{Excentricidad: } e = \frac{c}{a} = \frac{37}{35} \approx 1{,}06 \end{cases}$$

**12.** a) $x^2 = 10y = 2 \cdot p \cdot y \Rightarrow p = 5$

$F\left(0, \frac{p}{2}\right) = \left(0, \frac{5}{2}\right)$

b) $y^2 = \frac{1}{2}x = 2 \cdot p \cdot x \Rightarrow p = \frac{1}{4}$

$F\left(\frac{p}{2}, 0\right) = \left(\frac{1}{8}, 0\right)$

**13.** La ecuación es de la forma $y^2 = 2 \cdot p \cdot x$.

Dado que el vértice es el origen de coordenadas y el foco es el punto F(2, 0), el valor del parámetro es:

$\frac{p}{2} = 2 \Rightarrow p = 4 \Rightarrow y^2 = 8x$

La directriz tiene por ecuación:

d: $x = -\frac{p}{2} \Rightarrow x = -2$